

**1. Ueber die Intensität der wahrgenommenen
Schwingungen bei Bewegung der Schwingungs-
quelle und des Beobachters;
von Dr. Baron Roland Eötvös,**

Professor an der Universität in Pesth.

(Vorgelegt in einer Sitzung der mathem. naturwiss. Classe der ungarischen Academie, am 15. Juni 1874.

In einer der ungarischen Akademie der Wissenschaften am 19. Juli 1871 vorgelegten Abhandlung bestimmte ich auf theoretischem Wege die Intensität der Schwingungsbewegung für den Fall der gleichzeitigen Bewegung des Beobachters und der Schwingungsquelle. Die Formel, welche ich in dieser Arbeit zur Berechnung der Intensität feststellte, steht zwar mit der von Fizeau ¹⁾ allerdings nur in einem sehr speciellen Falle gebrauchten, in Widerspruch; doch glaube ich nicht zu einer eingehenden Kritik dieser Untersuchung Fizeau's verpflichtet zu seyn, da ja hierin wohl das Quadrat der Amplitude ausgedrückt, die Frage aber, in welcher Beziehung diese GröÙe bei Bewegung von Quelle und Beobachter zur Intensität steht, gar nicht berührt wird. Seitdem veröffentlichte Professor Ketteler in den Bänden 144, 146, 147 und 148 dieser Annalen eine Reihe interessanter Abhandlungen über den „Einfluß der astronomischen Bewegungen auf die optischen Erscheinungen“. Die erweiterte Sammlung dieser Arbeiten, die unter dem Titel „Astronomische Undulations-

1) *Cosmos*, t. I, p. 690. Pogg. Ann. Bd. 92, S. 652.

Poggendorff's Annal. Bd. CLII.

theorie“¹⁾ im Jahre 1873 erschien, beschäftigt sich in einem Zusatz (S. 135) auch mit der „Verbreitung der Schall- und Lichtintensität im Raume bei Bewegung des Erschütterungscentrums und Beobachters“. Die Formel, die hier Professor Ketteler für die Intensität aufstellt, weicht von der von mir aufgestellten wesentlich ab, so daß ich wohl gezwungen war, die Richtigkeit meiner Untersuchung einer strengen Prüfung zu unterwerfen, um so die Wahl zwischen der Ketteler'schen und meiner Formel treffen zu können.

Worin der Grund der Nichtübereinstimmung jener beiden Formeln hauptsächlich liegt, kann schon eine flüchtige Betrachtung zeigen. Bezeichnen wir mit a die größte Verrückung d. i. die Amplitude, mit α dagegen die größte Geschwindigkeit (Geschwindigkeits-Amplitude) der Schwingung eines Punktes, so werden a und α von der Entfernung abhängen, aus welcher die Schwingungsquelle dem Punkte ihre Schwingungen mittheilt. Insofern nun diese Entfernung bei der Bewegung der Lichtquelle verändert wird, müssen in Folge dessen auch a und α Veränderungen erleiden. Jedenfalls bleibt aber noch die Frage zu beantworten, ob a und α durch diese Bewegung wirklich *nur* in Folge der Veränderung jener Entfernung beeinflusst werden? Für beide Größen ist dieß gewiß nicht der Fall, da sie ja etwa für Lichtschwingungen durch die bekannte Gleichung

$$\alpha = a \frac{2\pi}{T}$$

verbunden sind, wo T , die Schwingungsdauer, von der Geschwindigkeit der bewegten Lichtquelle abhängt. Professor Ketteler behandelte nun die Aufgabe als eine Fortpflanzung der Verrückungen und machte dabei stillschweigend die Annahme, daß a sich nur insofern mit der Bewegung der Lichtquelle ändert, als durch diese die oben erwähnte Entfernung beeinflusst wird; Aehnliches that ich in Bezug

1) Astronomische Undulationstheorie oder die Lehre von der Aberration des Lichts von Dr. E. Ketteler. Bonn. Neusser 1873.

auf α , indem ich die Fortpflanzung der Schwingungen als Fortpflanzung von Geschwindigkeiten auffasse.

In dieser vorliegenden Arbeit will ich nun die Richtigkeit meiner Ansicht beweisen und den Irrthum darlegen, der in Prof. Ketteler's Behandlungsweise liegt. Die Ableitung der Formel für die Intensität, wie ich sie hier geben will, wird unabhängig bleiben von jeder speciellen Annahme über die Art und Weise, wie sich das die Fortpflanzung bewirkende Mittel innerhalb der Schwingungsquelle oder des Beobachters bewegt. Diese Bemerkung zeigt, mit welchem Recht die gewonnene Formel zur experimentellen Entscheidung der Frage über die Aetherbewegung angewandt werden könnte.

§. 1.

Vor Allem will ich hier eine Ableitung des Doppler'schen Principis bekannt machen, die mir als Grundlage der folgenden Betrachtungen diene.

Betrachten wir ein homogenes isotropes Mittel, das sich in Ruhe befindet oder wenigstens nur als ein Ganzes bewegt, so daß seine einzelnen Theile ihre relativen Lagen nicht ändern. Innerhalb dieses Mediums soll eine Schwingungsquelle Q isochrone Schwingungen ausführen, welche durch die Gleichung

$$U = Af(t) \dots \dots \dots (1)$$

bestimmt werden, wenn U die Geschwindigkeit der Schwingungsbewegung des Punktes Q zur Zeit t , A die größte von diesem erreichbare Geschwindigkeit, d. i. seine Geschwindigkeitsamplitude und $f(t)$ eine um T , der Schwingungsdauer periodische Function der Zeit t bedeutet. Dieser schwingende Punkt Q soll nebenbei noch mit dem Körper, an dem er haftet, eine geradlinige und gleichmäßige Bewegung ausführen, deren constante Geschwindigkeit innerhalb des ruhend gedachten Mediums mit g bezeichnet werden möge. Zerlegen wir nun die Schwingungsbewegung des Punktes Q in ihre der Zeit nach aufeinander folgenden und unendlich kleinen Zeitintervallen entsprechenden

Bewegungstheile, die wir auch kurz Stöße nennen können; so wissen wir, daß sich ein jeder dieser Stöße im Medium in Kugelflächen fortpflanzen muß. Wird von dem Einflusse abgesehen, den die translatorische Bewegung der Schwingungsquelle auf ihre Schwingungsbewegung selbst ausüben könnte; so folgt, daß die Stöße, in welche diese zerlegt wurde, ihrer Größe, Richtung und Reihenfolge nach dieselben sind im Falle der Bewegung und im Falle der Ruhe. Daher ist auch die einzige Veränderung, welche durch die Bewegung hervorgerufen wird, nur die, daß jeder einzelne jener, statt der ganzen Schwingung betrachteten Reihe von Stößen, im Falle der Bewegung aus einem anderen Punkte des Mediums ausgeht, als im Falle der Ruhe.

Die oben erwähnte Abstraction von dem Einflusse der translatorischen Bewegung der Schwingungsquelle auf seine Schwingungsbewegung, bildet bei Ketteler, so wie bei allen anderen Autoren, die sich vor ihm mit der Frage beschäftigten, eine nothwendige Annahme, der wir uns im Folgenden auch anschließen werden.

Jeder einzelne der von der Schwingungsquelle ausgeführten Stöße gelangt nun zu einem von dieser im Augenblicke des Stoßes um δ entfernten Punkte P des Mittels während des Zeitintervalls $\frac{\delta}{v}$, wenn nämlich v die Fortpflanzungsgeschwindigkeit dieser Erschütterung bedeutet. Der Stoß also, der in irgend einem Momente zum Punkte P gelangt, ist derjenige, welcher von der Schwingungsquelle um das Zeitintervall $\frac{\delta}{v}$ früher ausgeführt wurde. Diese Betrachtung führt zur Bestimmung der oscillatorischen Geschwindigkeit des Punktes P durch die Formel:

$$u = \alpha f \left(t - \frac{\delta}{v} \right) (2),$$

worin α die größte während der Oscillation erreichte Geschwindigkeit, also die Geschwindigkeitsamplitude des Punktes P bedeutet, vorläufig aber ganz unbestimmt bleibt. Um dieses Gesetz der Schwingungen näher kennen zu ler-

nen, soll vor allem festgestellt werden, in welcher Weise δ von der Zeit abhängt. Diese Schwierigkeit, welche sich bei allen Fragen über die Fortpflanzung der Schwingungen im Falle der bewegten Schwingungsquelle darbietet, ist hauptsächlich der Umstand, daß wir hierbei immer mit zwei verschiedenen Entfernungen der Schwingungsquelle zu thun haben, nämlich erstens mit ihrer Entfernung zur Zeit t , in welcher die Geschwindigkeit u bestimmt werden soll, und zweitens mit ihrer Entfernung in dem Momente als die Schwingungsquelle jenen Stofs ausführte, der zur Zeit t in P anlangte. Um jeden Irrthum zu vermeiden, werde ich die erst erwähnte jener Entfernungen in der Folge *momentane Entfernung* nennen und mit D bezeichnen, der anderen Entfernung aber, für welche schon das Zeichen δ eingeführt wurde, den Namen *active Entfernung* geben.

Betrachten wir nun vorläufig den Fall, daß sich die Schwingungsquelle Q auf der Geraden QP mit der gleichmäßigen Geschwindigkeit g bewegt, so ist, unter c die Geschwindigkeit ihrer Annäherung, d. i. die Componente der Geschwindigkeit g in der Richtung \vec{QP} verstanden:

$$\delta - \frac{\delta}{v} = D \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (3).$$

Ferner ist leicht einzusehen, daß

$$D = D_0 - ct.$$

wenn D_0 die momentane Entfernung zur Zeit $t=0$ bedeutet. Demnach folgt für den betrachteten Fall

$$\delta = \frac{v}{v-c} (D_0 - ct) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (4)$$

und in Folge dessen aus Gleichung (2)

$$u = \alpha f\left(\frac{v}{v-c} t - \frac{D}{v-c}\right) \quad . \quad . \quad . \quad (5).$$

Da nun die Function f um T periodisch ist, so wird sie gleiche Werthe in Zeitpunkten annehmen, die von einander um

$$T' = \frac{v-c}{c} T \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (6)$$

abstehen, so daß T nichts anderes als die Schwingungsdauer im Punkte P bedeutet. Die Formel (5) zeigt aber auch, daß zwei Punkte, die in der Geraden QP um

$$\lambda' = (v - c) T \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (7)$$

von einander abstehen, zur gleichen Zeit die gleiche Phase der Geschwindigkeit u besitzen, daß also die GröÙe λ' die Wellenlänge der Schwingungen im Punkte P ist.

Eine einfache geometrische Betrachtung zeigt, daß wir im Fall, daß g klein gegen v ist, diese Folgerungen auch dann gelten lassen können, wenn sich Q nicht in der Geraden QP , sondern in einer Richtung bewegt, die mit \vec{QP} den Winkel ψ einschließt. Der Anfangspunkt der Zeit muß dabei so gewählt werden, daß gt klein gegenüber D sey. In diesem Falle ist selbstverständlich:

$$c = g \cos \psi.$$

Die soeben betrachtete Fortpflanzungsweise der Schwingungen in einem elastischen Mittel kann natürlich durch die Art ihrer Beobachtung nicht beeinflusst werden. Denken wir uns daher einen Beobachter B , der sich im Punkte P in Ruhe befindet, so empfängt er die Schwingungen der Schwingungsquelle stets aus einer activen Entfernung derselben, welche durch die Formel (4) gegeben ist. Bewegt sich aber auch der Beobachter auf der Geraden BQ d. i. PQ mit der constanten Geschwindigkeit g' , so theilen ihm immer neue und neue Theilchen P des Mediums ihre Schwingungsphasen mit. Für jede dieser einzelnen Theilchen P besteht die Gleichung (3). Bezeichnen wir nun die Geschwindigkeit, mit welcher sich der Beobachter der Schwingungsquelle nähert, also die Componente der Geschwindigkeit g' in der Richtung \vec{BQ} mit c' ; so ergibt sich seine momentane Entfernung von der Schwingungsquelle

$$D = D_0 - ct - c't.$$

Man kann diese Entfernung D auch als die momentane Entfernung der an dem Beobachter gränzenden Theilchen des Mittels von der Schwingungsquelle ansehen, dann erhält man, den Werth von D in (3) gesetzt, für die active

Entfernung der Schwingungsquelle von jenen Punkten des Mittels die jederzeit mit dem Beobachter in Berührung stehen:

$$\delta = \frac{v}{v-c} (D_0 - ct - c't) \quad . \quad . \quad . \quad (8).$$

Die Geschwindigkeit der Schwingungsbewegung dieser Punkte ist demnach in Folge der Gleichung (2):

$$u = \alpha f \left(\frac{v+c'}{v-c} t - \frac{D_0}{v-c} \right) \quad . \quad . \quad . \quad (9).$$

Da nun die Function f um T periodisch ist, so zeigt diese Gleichung, daß der Beobachter in zwei Zeitpunkten, die um das Zeitintervall

$$T'' = \frac{v-c}{v+c} T \quad . \quad . \quad . \quad (10)$$

von einander abstehen, mit Punkten des Mediums in Berührung kommt, für welche die Function f denselben Werth hat.

Die Zeitdauer T'' kann also mit Recht die beobachtete Schwingungsdauer genannt werden. Der in der Gleichung (10) enthaltene Satz ist nichts anderes als Doppler's Princip.

Zur sicheren Feststellung der Werthe von c und c' in allen speciellen Fällen wird es von Nutzen seyn, auf der Geraden QB einen zwischen Q und B gelegenen Punkt O des Mittels festzustellen, der im selben Bewegungszustand als die anderen Theile des Mittels verharret. Es sind dann c und c' die Geschwindigkeiten, mit welcher sich die Schwingungsquelle Q , respective der Beobachter B diesem Punkte O nähern.

Lassen wir jetzt die Voraussetzung fallen, daß sich der Beobachter in der Geraden BQ bewege, und nehmen vielmehr an, daß die Geschwindigkeit g' mit der Richtung \overleftrightarrow{BQ} , oder was gleichbedeutend ist, mit der Richtung \overleftrightarrow{BQ} den Winkel ψ' einschließt; so behalten unsere Folgerungen nichtdestoweniger ihre Gültigkeit, wenn nur g' gegenüber v als klein anzusehen ist. Eine einfache geometrische Betrachtung zeigt die Richtigkeit dieser Behauptung; nur muß

der Anfangspunkt der Zeit so gewählt werden, daß man g' gegenüber D_0 als klein betrachten könne.

Die allgemeine Lösung der Aufgabe, wenn g und g' gegenüber σ nicht klein sind, führt auf demselben Wege zu Formeln, die jeder Eleganz entbehren und kaum von besonderem Interesse seyn können.

§. 2.

Die Gleichung (5) des §. 1 bestimmt wohl die Geschwindigkeit der Schwingung eines Punktes P insofern diese von der Phase abhängt, enthält aber in der Geschwindigkeitsamplitude α immer noch einen unbestimmten Factor. Für jede Richtung der Fortpflanzung wird nun Q von der Entfernung δ abhängig seyn.

Bedenken wir, daß sich die lebendige Kraft jedes einzelnen von der Schwingungsquelle ausgehenden Stoßes in concentrischen Kugelflächen ausbreitet, so gelangen wir leicht zum Schluß, daß α jetzt ebenso wie im Falle der ruhenden Schwingungsquelle, umgekehrt proportional seyn muß der Entfernung des Punktes P von jenem Punkte des Mediums, aus dem der betreffende Stoß ausging. Wir sehen also, daß:

$$\alpha = \frac{A_1}{\delta}$$

wenn A_1 die entsprechende Geschwindigkeitsamplitude auf einer Kugelfläche bedeutet, deren Radius der Einheit gleich ist. Nach der Annahme, welche der Ketteler'schen Arbeit zu Grunde liegt, wäre nun α von der Geschwindigkeit c nicht nur *implicite* (durch δ), sondern außerdem noch *explicite* von dieser abhängig. Die Abhängigkeit vorläufig zugegeben, soll nun, um sie genauer bestimmen zu können, ein Fall betrachtet werden, in dem α von der Entfernung δ unabhängig ist, also jedenfalls nur *explicite* von c abhängig seyn kann. Ein solcher liegt uns aber vor, wenn sich Schwingungen im cylindrisch begränzten Raume fortpflanzen. Innerhalb dieses cylindrischen Raumes soll sich die Schwin-

gungsquelle in der Richtung der Axe mit gleichmäßiger Geschwindigkeit g bewegen können.

Da nun nach der gemachten Voraussetzung die translatorische Bewegung der Schwingungsquelle von keinem Einfluß auf ihre Schwingungsbewegung ist, so folgt, *dafs sie während jeder ihrer Schwingungen dem sie umgebenden Mittel in Form fortgepflanzter Schwingungen eine Menge lebendiger Kraft mittheilt, welche dieselbe ist im Falle ihrer Ruhe wie im allgemeineren Falle ihrer Bewegung.*

Dieser Satz ist an und für sich klar, da ja jede Veränderung in der dem Mittel in Form fortgepflanzter Schwingungen abgegebenen lebendigen Kraft, durch eine Veränderung in der Schwingungsbewegung der Quelle begleitet werden müßte.

Die lebendige Kraft, welche von der Schwingungsquelle während einer ihrer Schwingungen dem Mittel abgegeben wird, pflanzt sich im cylindrischen Raume in zwei entgegengesetzten Richtungen fort. Im Falle der ruhenden Quelle wird sie jederzeit in zwei gleich dicken Scheiben enthalten seyn, die auf beiden Seiten der Quelle liegen. Die Dicke jener Scheiben ist gleich der Wellenlänge

$$\lambda = v T.$$

Wir wollen nun eine dieser Scheiben in Lamellen von unendlich kleiner Dicke zerlegen, so dafs deren Endflächen den Gleichungen $D = D_1$, $D = D_1 + dD$, $D = D_1 + 2dD$ etc. genügen, wo unter D_1 die Entfernung der Erschütterungsquelle von jenen Punkten des Mittels verstanden wird, welche ihr unter allen, durch diese eine Schwingung bewegten, am nächsten sind. Jene Punkte des Mittels, die in einer solchen Lamelle liegen, können alle als mit gleicher Geschwindigkeit bewegt, angesehen werden, da ja dD beliebig klein gewählt werden darf. Die ganze Masse der in der Entfernung D von der Schwingungsquelle gelegenen Lamelle bewegt sich daher zur Zeit t mit der Geschwindigkeit

$$u = \alpha f\left(t - \frac{D}{v}\right).$$

Da die Masse einer Lamelle

$$\mu = \sigma q d D$$

ist, wenn q den Querschnitt des Cylinders und σ die Dichte des Mittels bedeutet, so erhalten wir zur Bestimmung der lebendigen Kraft einer Lamelle zur Zeit t den Ausdruck

$$\frac{1}{2} \sigma q \alpha^2 f^2 \left(t - \frac{D}{v} \right) d D.$$

Wollen wir nun die lebendige Kraft kennen lernen, welche nach einer Richtung von der Quelle fortgepflanzt wird, so haben wir die lebendigen Kräfte aller Lamellen zu summiren, welche zu einer der genannten Scheiben gehören. Demnach ist diese

$$L_1 = \frac{1}{2} \sigma q \alpha^2 \int_{D_1}^{D_1 + v T} f^2 \left(t - \frac{D}{v} \right) d D$$

Bei dieser Integration ist t natürlich als constant zu betrachten.

Gesetzt $t - \frac{D}{v} = x$ und $t - \frac{D_1}{v} = A$, so folgt:

$$L_1 = -\frac{1}{2} \sigma q v \alpha^2 \int_A^{A-T} f^2(x) dx$$

Bemerkt man aber, daß $f(x)$ um T periodisch ist, daß also der Werth von A keinen Einfluß auf das Integral haben kann und erkennt man ferner, daß die nach der anderen Seite der Quelle fortgepflanzte lebendige Kraft L_2 gleich L_1 ist; dann wird man leicht zum Ausdruck der gesammten lebendigen Kraft gelangen, welche von der Quelle während einer ihrer Schwingungen dem Mittel mitgetheilt wird. Diese lebendige Kraft ist

$$L = \sigma q v \alpha^2 \int_0^T f^2(x) dx \quad . \quad . \quad . \quad (11).$$

In ähnlicher Weise können wir die im cylindrisch begrenzten Medium fortgepflanzte lebendige Kraft auch im Falle der bewegten Schwingungsquelle bestimmen, nur ist

hierbei auf die Verschiedenheit von L_1 und L_2 besonders zu achten. Auch in diesem Falle wird sich jene einer Schwingung entsprechende lebendige Kraft zu jeder Zeit in zwei Scheiben befinden, deren Dicken gleich der ihrem Orte zukommenden Wellenlängen sind.

Die Dicke jener Scheibe, welcher sich die Schwingungsquelle nähert, ist demnach

$$\lambda' = (v - g) T$$

und die Dicke der anderen, von welcher sich die Schwingungsquelle entfernt

$$\lambda' = (v + g) T.$$

Suchen wir nun die lebendige Kraft L_1 zu bestimmen, welche in der ersten enthalten ist.

Die Endflächen dieser Scheibe werden den Gleichungen $D = D_1$ und $D = D_1 + (v - g) T$ genügen müssen. Zerlegen wir die Scheibe in Lamellen, deren unendlich kleine Dicke $dD = dD_0$ sey, so kann die lebendige Kraft einer solchen Lamelle auf ähnlichem Wege berechnet werden, wie es schon früher geschah. Zur Bestimmung der Geschwindigkeit der Punkte in der Lamelle dient hierbei die Formel (5), in der wir statt α das Zeichen α_1 zu setzen haben, damit die Möglichkeit einer Abweichung dieser Gröfse von dem Werthe α in der Formel (11) nicht schon *a priori* ausgeschlossen erscheine. Die lebendige Kraft einer solchen Lamelle ergibt sich sodann

$$= \frac{1}{2} \sigma q \alpha_1^2 f^2 \left(\frac{v}{v-g} t - \frac{D_0}{v-g} \right)^2 dD.$$

Die lebendige Kraft der ganzen Scheibe ist daher

$$L_1 = \frac{1}{2} \sigma q \alpha_1^2 \int_{D_1}^{D_1 + (v-g)T} f^2 \left(\frac{v}{v-g} t - \frac{D_0}{v-g} \right) dD.$$

Gesetzt

$$\frac{v}{v-g} t - \frac{D_0}{v-g} = x,$$

so folgt, wenn wir darauf achten, daß $f(x)$ um T periodisch ist:

$$L_1 = \frac{1}{2} \sigma q (v - g) \alpha_1^2 \int_0^T f^2(x) dx \quad . \quad (12).$$

Die lebendige Kraft, welche in der anderen, also in jener Scheibe enthalten ist, von welcher sich die Schwingungsquelle entfernt, kann auf gleichem Wege berechnet werden. Statt g muß hier $-g$ und statt α_1 das Zeichen α_2 gesetzt werden, um die gesuchte GröÙe L_2 zu erhalten. Man findet so

$$L^2 = \frac{1}{2} \sigma q (v + g) \alpha_2^2 \int_0^T f^2(x) dx \quad . \quad (13).$$

Die genannte im cylindrisch begränzten Mittel verbreitete lebendige Kraft einer Schwingung ist nun $= L_1 + L_2$. Diese GröÙe muß nach dem oben angeführten Satze unabhängig von der Bewegung der Schwingungsquelle seyn, so daß die Gleichung besteht:

$$L_1 + L_2 = L.$$

Oder die Werthe dieser GröÙen aus den Gleichungen (11), (12) und (13) eingeführt:

$$\alpha_1^2 (v - g) + \alpha_2^2 (v + g) = 2 \alpha^2 v \quad . \quad (14).$$

Diese Gleichung soll nun darüber entscheiden, welche der beiden bereits oben erwähnten Annahmen, über die Abhängigkeit der Amplitude a , respective der Geschwindigkeits-Amplitude α von der Geschwindigkeit c als richtig zu betrachten sey.

Professor Ketteler bedient sich zur Darstellung der Schwingungen eines Punktes, dessen active Entfernung von der Schwingungsquelle $= \delta$ ist, der Gleichung:

$$\varrho = a f\left(t - \frac{\delta}{v}\right)$$

worin ϱ die Verrückung des Punktes aus seiner Ruhelage zur Zeit t , und a den größtmöglichen Werth derselben, also die Amplitude im strengen Sinne des Wortes bedeuten. Stillschweigend setzt dann Prof. Ketteler voraus, daß a wohl von δ abhängt, aber in einer bestimm-

ten Richtung und für einen bestimmten Werth der Entfernung δ von e unabhängig ist. Diefes bedeutet wenigstens in seinem obenerwähnten Werke (S. 136) die Formel:

$$a = \frac{A_1}{\delta}. \quad 1)$$

wo A_1 , die entsprechende Amplitude auf der Kugelfläche bedeutet, deren Radius gleich der Einheit ist, und als von c unabhängig angesehen wird.

Diese Annahme widerspricht aber der Gleichung (14).

Bei der Fortpflanzung der Schwingungen im cylindrisch begrenzten Raume, wie sie soeben betrachtet wurde, müßten nach Prof. Ketteler die Schwingungen der auf einer Seite von der Schwingungsquelle gelegenen Punkte durch die Gleichung:

$$\varphi_1 = af\left(\frac{v}{v-g}t - \frac{D_0}{v-g}\right)$$

bestimmt werden; für die Schwingungen der Punkte dagegen, welche auf der anderen Seite der Quelle liegen, müßte die Gleichung gelten:

$$\varphi_2 = af\left(\frac{v}{v+g}t - \frac{D_0}{v+g}\right).$$

Die entsprechenden Geschwindigkeiten der Schwingungsbewegung wären demnach:

$$\frac{d\varphi_1}{dt} = a \frac{v}{v-g} f'\left(\frac{v}{v-g}t - \frac{D_0}{v-g}\right)$$

und

$$\frac{d\varphi_2}{dt} = a \frac{v}{v+g} f'\left(\frac{v}{v+g}t - \frac{D_0}{v+g}\right).$$

Bedeutet daher φ den Maximalwerth der Function f' , so ergeben sich die Geschwindigkeitsamplituden:

$$\alpha_1 = a \frac{v}{v-g} \varphi$$

und

$$\alpha_2 = a \frac{v}{v+g} \varphi.$$

Endlich wenn $g = 0$ ist; so wird:

$$\alpha = a\varphi.$$

1) Prof. Ketteler bezeichnet die Amplitude a mit A .

Diese Werthe in die Gleichung (14) eingeführt, folgt:

$$a^2 \frac{v}{v-g} + a^2 \frac{v}{v+g} = 2a^2.$$

Eine Gleichung der offenbar nicht genügt werden kann, so lange a als von der Geschwindigkeit g unabhängig angesehen wird. Hierauf gestützt werden wir Prof. Ketteler's Annahme als eine unrichtige verwerfen.

Dieselbe Gleichung (14) wird hingegen gewiß erfüllt, sobald

$$\alpha = \alpha_1 = \alpha_2$$

gesetzt, also angenommen wird, *dass die Geschwindigkeitsamplitude nur insofern von der Bewegung der Schwingungsquelle abhängt, als diese auf ihre active Entfernung verändernd einwirkt.*

Mit vollem Recht werden wir also in der Gleichung:

$$\alpha = \frac{A_1}{\delta}$$

die Gröfse A_1 ¹⁾ als von der Geschwindigkeit c unabhängig ansehen.

Diesen Werth von α setzen wir nun in (5) und erhalten dann mit Benutzung des Werthes von δ aus (3), die Gleichung der Schwingungsbewegung in einem Punkte des Mittels:

$$u = \frac{A_1}{D} \frac{v-c}{v} f\left(\frac{v}{v-c} t - \frac{D_0}{v-c}\right) \quad . \quad . \quad 15),$$

worin

$$D = D_0 - ct.$$

Werden diese Schwingungen von einem ruhenden Beobachter aufgefangen, so bestimmt diese Gleichung auch die Schwingungsgeschwindigkeit, welche jederzeit zum Beobachter gelangt. Bewegt sich dagegen der Beobachter, so werden immer neue und neue Punkte des Mediums durch ihre Geschwindigkeiten auf ihn einwirken, deren Phasen durch die Gleichung (9) gegeben sind, und deren Geschwindigkeits-Amplituden jederzeit der activen Entfernung jener Punkte von der Schwingungsquelle entsprechen, die eben den Beobachter berühren. Die Geschwindigkeit, welche in diesem Falle in jedem Momente zum

1) Die Geschwindigkeitsamplitude auf der Kugelfläche, deren Radius = 1.

Beobachter gelangt, ist also durch die Gleichung (9) gegeben, wenn in ihr $\alpha = \frac{A_1}{\delta}$ und für δ der Werth aus (3) gesetzt wird:

$$u = \frac{A_1}{D} \cdot \frac{v-c}{v} f\left(\frac{v+c}{v-c} t - \frac{D_0}{v-c}\right) \quad . \quad . \quad (16)$$

worin

$$D = D_0 - ct - c't.$$

Wir dürfen aber nicht denken, daß die Gleichung (16) etwa die Schwingungen eines einzelnen Punktes bestimmt, sondern müssen stets darauf achten, daß sie jederzeit die Geschwindigkeit jener Punkte ausdrückt, die eben mit dem Beobachter in Berührung stehen.

§. 3.

Ich gehe nun zur Bestimmung der Intensität der vom Beobachter empfangenen Schwingungsbewegung über.

Es bedarf wohl keiner näheren Erörterung, daß im Falle der Bewegung von Schwingungsquelle und Beobachter die *Intensität* definirt werden muß, *als jene lebendige Kraft, welche in der Zeiteinheit auf die der Wellenfläche parallele Flächeneinheit fallen würde, wenn alle Schwingungen derjenigen gleich wären, welche ihr von dem Augenblicke ab mitgetheilt wird, wo die Intensität bestimmt werden soll.* Wird sonach die jener ersten Schwingung entsprechende lebendige Kraft mit i bezeichnet, so ist die Intensität:

$$J = ni \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (17),$$

wo n die Zahl der in der Zeiteinheit auf die Fläche fallenden einzelnen Schwingungen bedeutet.

Zur Berechnung von J soll nun die Flächeneinheit so gewählt werden, daß ihre Dimensionen gegenüber D verschwinden, daß also die Wellen als ebene Wellen betrachtet werden können. Ferner wollen wir uns auf Entfernungen D beschränken, welche groß gegenüber der Wellenlänge sind.

Bei diesen gemachten Voraussetzungen ist es nicht schwer, die lebendige Kraft abzumessen, welche der zur

Intensitätsmessung bestimmten Flächeneinheit während der ersten Schwingung mitgeteilt wird. Diese gesuchte lebendige Kraft ist ja offenbar jene, welche sich im Momente der geforderten Intensitätsbestimmung in einer vom Medium erfüllten planparallelen Platte befindet, deren von der Schwingungsquelle entferntere Basis die zur Intensitätsbestimmung angewandte Flächeneinheit und deren Dicke die Wellenlänge der im Medium dorthin fortgepflanzten Schwingungen ist. Diese von der Bewegung des Beobachters unabhängige Wellenlänge im Medium ist, wie wir schon sahen

$$\lambda' = (v - c) T.$$

In welcher Weise die in einer solchen Platte enthaltene lebendige Kraft bestimmt werden kann, haben wir schon in §. 2 gezeigt. Nach Zerlegung der Platte in Lamellen von der Dicke dD folgt für die lebendige Kraft der einzelnen Lamelle:

$$\sigma \frac{A_1^2}{D^2} \frac{(v-c)}{v^2} f^2 \left(\frac{v}{v-c} t - \frac{v}{v-c} \right) dD.$$

Da nun D von einer der zu betrachtenden Lamellen zur anderen übergehend nur um eine ihr gegenüber kleine Gröfse (kleiner als λ') verändert wird, so kann D^2 im Nenner mit Recht als constant angesehen werden. Die Summation von $D - \lambda'$ bis D ergibt dann die lebendige Kraft i , welche in der soeben begränzten Platte enthalten ist. Mit Zugrundelegung der Betrachtungen im §. 2 folgt daher:

$$i = \sigma \frac{A_1^2}{D^2} \cdot \frac{(v-c)^2}{v} \cdot (v-c) \int_0^T f^2(x) dx \quad (18).$$

Diese Einzelschwingung wird dem Beobachter im Falle seiner Ruhe in dem Zeitintervall $T = \frac{v-c}{v} T$ mitgeteilt. Im Falle seiner Bewegung dagegen ist diese Zeitdauer, welche ja keine Andere als jene ist, die zwischen zwei gleichen Phasen der dem Beobachter angränzenden Punkte vergeht, durch die Gleichung

$$T'' = \frac{v-c}{v+c'} T$$

gegeben.

Die Zahl der einzelnen Schwingungen, welche in der Zeiteinheit zu dem Beobachter gelangen, ist sonach

$$n = \frac{1}{T''} = \frac{v+c'}{v-c} \cdot \frac{1}{T} \quad (19).$$

Die in (18) und (19) enthaltenen Werthe in die Gleichung (17) gesetzt, gelangt man zum gesuchten Ausdruck der Intensität:

$$J = \frac{(v-c)^2}{v^2} (v+c') \sigma \frac{A_1^2}{D^2} \cdot \frac{1}{T} \int_0^T f^2(x) dx.$$

Wenn $c=0$ und $c'=0$, so übergeht diese Gleichung in jene der Intensität für den Fall, daß Schwingungsquelle und Beobachter in ihrer momentanen Entfernung D still stehend gedacht werden. Bezeichnen wir diese Intensität mit J_0 , so ist ihr Werth:

$$J_0 = \sigma v \frac{A_1^2}{D^2} \cdot \frac{1}{T} \int_0^T f^2(x) dx \quad . . . (20).$$

Demnach kann gesetzt werden

$$J = J_0 \frac{(v-c)^2}{v^2} \cdot \frac{(v+c')}{v} \quad (21)$$

oder entwickelt:

$$J = J_0 \left(1 - \frac{2c}{v} + \frac{c'}{v} + \frac{c^2}{v^2} - \frac{2cc'}{v} + \frac{c'^2}{v^2} \right) \quad (22).$$

Wir haben hier noch auf die Gränzen aufmerksam zu machen, innerhalb derer diese Gleichung ihrer Ableitung gemäß gültig seyn kann.

Erstens ist zu bemerken, daß ihre Gültigkeit nur für solche Werthe der Entfernung D bewiesen wurde, welche groß gegenüber λ' sind.

Zweitens sieht man wohl, daß sie zwar bei der Bewegung der Quelle und des Beobachters in einer und derselben Geraden für alle Werthe des g und des g' besteht, welche kleiner als v sind, daß sie aber im Falle, wenn sich Quelle und Beobachter nicht in derselben Ge-

raden bewegen, nur insofern anwendbar ist, als g und g' für klein im Verhältniß zu v angesehen werden dürfen.

§. 4.

Die soeben erhaltene Formel für die Intensität stimmt mit der in Professor Ketteler's Arbeit enthaltenen nicht überein. Es wurde aber schon in §. 2 gezeigt, daß die Annahme, welche dieser letzteren zu Grunde liegt, unhaltbar ist, daß also auch alle Folgerungen zu verwerfen sind, die aus ihr entspringen.

So führt unter Anderem die Ketteler'sche Formel für den Fall des ruhenden Beobachters zur Gleichung

$$J = J_0.$$

Ein Resultat, welches ebenso wie der hier folgende darauf begründete Satz als unrichtig bezeichnet werden muß:

„Wie immer die Bewegung der Fixsterne beschaffen seyn möge, die Intensität des in einer bestimmten Entfernung von ihnen wahrgenommenen Lichtes bleibt an einem im Raume als fest angenommenen Punkte die nämliche, als ob der Fixstern in der bezüglichen Entfernung in Ruhe wäre“¹⁾.

Unserer Formel (21) gemäß ist in diesem Falle

$$J = J_0 \left(\frac{v-c}{v} \right)^3$$

und da aus der Gleichung (3)

$$\delta = \frac{v}{v-c} D$$

ist, so folgt

$$J = J_0 \frac{D^3}{\delta^3} = J_\delta,$$

wenn J_δ die Intensität in dem Falle bedeutet, daß wir Schwingungsquelle und Beobachter in der ihrer momentanen Entfernung entsprechenden activen Entfernung feststehend denken.

Der oben angeführte Satz Ketteler's ist daher durch folgenden zu ersetzen:

1) Dr. E. Ketteler, Astronomische Undulationstheorie, S. 143.

Wie immer die Bewegung der Fixsterne beschaffen seyn möge, die Intensität des in einer bestimmten Entfernung (D) von ihnen wahrgenommenen Lichtes wird an einem im Raume als fest angenommenen Punkte die nämliche seyn, als ob der Fixstern in der jener Entfernung entsprechenden activen Entfernung (δ) in Ruhe wäre.

Die Kritik der Ketteler'schen Intensitätsformeln weiter zu verfolgen, halte ich nach dem bisher Gesagten für unnöthig. Die Ableitung der Gleichung (21), wie ich sie hier darlegte, wird wohl am besten auch zur Aufklärung der anderen widersprechenden Punkte dienen, die in der hierauf bezüglichen Arbeit Professor Ketteler's etwa noch enthalten sind.

§. 5.

Zum Schluß will ich einige Folgerungen aus der oben gefundenen Gleichung (21) oder (22) mittheilen. Denken wir uns eine Tonquelle und einen Beobachter mit gleicher Geschwindigkeit g etwa in Luft bewegt, dann wird die beobachtete Tonhöhe, der Gleichung (10) gemäß, dieselbe wie im Falle ihrer Ruhe seyn. Die Stärke der beobachteten Tonschwingungen hingegen wird in diesem Falle durch die Bewegung beeinflusst. Stellt nämlich der Beobachter die Tonquelle in der Richtung seiner Bewegung vor sich hin, so ist in der Gleichung (22) $c = -g$ und $c' = +g$ zu setzen, demnach ist dann annähernd

$$J = J_0 \left(1 + 3 \frac{v}{g} \right).$$

Stellt aber der Beobachter die Tonquelle in derselben Entfernung wie früher jedoch so auf, daß die von dieser zu ihm gezogene Gerade mit der Richtung der Bewegung zusammenfalle, dann ist $c = +g$ und $c' = -g$ zu setzen und demnach:

$$J' = J_0 \left(1 - 3 \frac{v}{g} \right).$$

Wie groß der Unterschied zwischen J und J' innerhalb der Gränzen ausführbarer Experimente werden kann, soll

in einem Beispiele gezeigt werden. Nehmen wir an, daß sich der Beobachter und die Tonquelle mit der auf einer Locomotive erreichbaren Geschwindigkeit von etwa 30 Metern in der Secunde bewegen, dann ist der Bruch $\frac{g}{v}$ nahezu $= 0,1$. In diesem Falle ist sonach $J = 1,3 \cdot J_0$ und $J' = 0,7 \cdot J_0$, also annähernd

$$\frac{J}{J'} = 1,8.$$

Bei Ausführung eines solchen Versuchs dürfte dieses theoretische Resultat darum nicht erhalten werden, weil wir ja bei bewegten Tonquellen kaum von dem Einflusse der Reibung auf ihre Schwingungen absehen können.

Insofern aber die störenden Einflüsse der Reibung vernachlässigt werden dürfen, könnte die Beobachtung der Intensitäten J und J' zur Bestimmung der Geschwindigkeit dienen, mit welcher die gemeinsame Bewegung des Beobachters und der Tonquelle relative zur Luft geschieht.

Diese Bemerkung führt natürlich auf den Gedanken, die Tonquelle durch eine Lichtquelle zu ersetzen und unsere Formel zur Bestimmung jener Geschwindigkeit anzuwenden, mit welcher sich die mit der Erde bewegten Körper relative zum Aether der irdischen Atmosphäre bewegen.

Im Falle der Lichtschwingungen wird man auch von dem störenden Einflusse der Reibung, in Folge der geringen Masse des Aethers mit mehr Recht absehen können, als bei Tonschwingungen.

Bewegt sich der Aether gemeinschaftlich mit den Körpern, welche ihn enthalten, dann wird der irdische Beobachter das Licht einer in bestimmter Entfernung gelegenen irdischen Quelle immer gleich intensiv empfinden, ob diese in der Richtung der Bewegung der Erde vor ihm oder hinter ihm liegt. Dasselbe würde aber dann nicht geschehen, wenn der Aether im Weltraume feststände oder sich in irdischen Körpern, deren Geschwindigkeit g ist, nach Fresnel's Annahme nur mit der Geschwindigkeit $\frac{n^2-1}{n^2} g$

bewegte (unter n das absolute Brechungsverhältniß im betreffenden Körper verstanden).

Allerdings scheint die letztere dieser Annahmen die größte Berechtigung zu haben, da sie die sämtlichen Aberrationserscheinungen am besten zu erklären vermag. Nur darf nicht vergessen werden, daß sobald wir die Bewegung des Aethers von der jener Körper trennen, in welchen er enthalten ist, wir dadurch seine wahre Existenz anerkennen; eine Annahme, die mir dem Criterium der Wahrscheinlichkeit kaum zu genügen scheint. Die experimentelle Entscheidung dieser noch immer offenen Frage auf dem hier angedeuteten Wege hat schon Fizeau i. J. 1852 ¹⁾ vorgeschlagen. Die Berechnung zu diesem projectirten Experimente geschah aber nach der bereits in der Einleitung erwähnten unvollständigen Formel; daher erscheint es mir von Interesse, diese Berechnung mit Zugrundelegung der Formel (22) hier neuerdings auszuführen.

Fizeau gedenkt zwei Thermosäulen p und p' so aufzustellen, daß ihre entgegengesetzten Pole einer, auf der sie verbindenden Geraden pp' zwischen ihnen stehenden, Lampe zugekehrt seyen. Die Thermosäulen sind dann mit einem Galvanometer zu einer Schließung zu verbinden, so daß die Galvanometernadel keinen Ausschlag zeigt, so lange die Lampe auf beide Pole p und p' dieselben Wärmemengen ausstrahlt. Lampe und Thermosäulen sollen endlich auf ein Stativ befestigt werden, welches sich um eine auf die Gerade pp' verticale Axe drehen läßt.

Bewegt sich nun dieses Stativ und alle ihr anhaftenden Gegenstände relative zum Aether mit der Geschwindigkeit g , so zwar, daß die Richtung $\vec{pp'}$ mit der Richtung der Bewegung zusammenfällt; dann ist die in der Zeiteinheit auf p ausgestrahlte Wärmemenge unserer Formel gemäß annähernd

$$= pJ_0 \left(1 - 3 \frac{g}{v}\right),$$

wo p die absorbirende Fläche der Thermosäule bedeutet.

1) *Cosmos*, T. I, p. 690, Pogg. Ann. Bd. 92, S. 652.

Die Wärmemenge dagegen, welche in derselben Zeit auf p' fällt, ist

$$= p' J'_0 \left(1 + 3 \frac{g}{v}\right).$$

Es soll nun die Entfernung der Thermosäulen von der Lampe so geregelt werden, daß die Galvanometernadel keinen Ausschlag zeige, dann ist für diese erste Stellung des Stativs

$$p J_0 \left(1 - 3 \frac{g}{v}\right) = p' J'_0 \left(1 + 3 \frac{g}{v}\right). \quad (23).$$

Wenn aber hierauf das Stativ um ihre Axe mit 180° gedreht wird, so wird bei dieser zweiten Stellung auf p in der Zeiteinheit die Wärmemenge fallen

$$= p J_0 \left(1 + 3 \frac{g}{v}\right).$$

Auf p' dagegen die Wärmemenge

$$= p' J'_0 \left(1 - 3 \frac{g}{v}\right).$$

Bei dieser zweiten Stellung empfängt also p eine Wärmemenge von der Lampe, die um

$$p J_0 \left(1 + 3 \frac{g}{v}\right) - p' J'_0 \left(1 - 3 \frac{g}{v}\right)$$

größer als jene dem Pole p mitgetheilte ist. Der Werth dieses Ueberschusses ergibt sich, mit Berücksichtigung der Gleichung (23) annähernd

$$= 12 p \frac{g}{v} J_0.$$

Würde nun der Lichtäther an der Bewegung der Erde gar nicht Theil nehmen, so könnte man $\frac{g}{v}$ nahezu $= \frac{1}{10000}$ setzen und dem entsprechend müßte auf die Thermosäule p um $\frac{p J_0}{833}$ mehr Wärme in der Zeiteinheit fallen als auf die Thermosäule p' . Das Resultat für den Fall, daß die Geschwindigkeit des Aethers in irdischen Körpern $\frac{n^2-1}{n^2} g$ wäre, ist kaum von diesem abweichend, wenn nur das Experiment in Luft ausgeführt wird. Dieser Ueberschuß der

auf p fallenden Wärmemenge müßte nun durch den Ausschlag der Galvanometernadel meßbar werden.

Das Experiment ist meines Wissens noch nicht gemacht, die Möglichkeit ihrer Ausführung gewinnt aber durch die Formel (22) an Wahrscheinlichkeit, da ja Ketteler und vor ihm Fizeau nur $\frac{1}{1330}$ der ganzen auf p fallenden Wärmemenge als jene bezeichneten, welche den Ausschlag der Nadel im besten Falle bewirken könnte.

II. Einige experimentelle Untersuchungen über elektrische Schwingungen; von N. Schiller.

Die vorliegende Arbeit wurde im Physikalischen Institute der Berliner Universität auf Veranlassung des Hrn. Geheimrath Helmholtz ausgeführt. Der Zweck derselben war die theoretischen Gesetze der alternirenden Ströme zu prüfen und einige mit den letzteren verbundene Erscheinungen zu untersuchen, welche bisjetzt aus Mangel an hinreichenden Methoden nicht beobachtet werden konnten. Ich benutzte dabei die von Helmholtz im Jahre 1871 gegebene Methode¹⁾, die wesentlich darin besteht, daß man die abwechselnden elektrostatischen Ladungen an Enden eines alternirenden Stromes beobachtet.

1. Bevor ich jedoch zur weiteren Auseinandersetzung der Methode und der von mir gewonnenen Resultate schreiten werde, will ich kurz an die Theorie der alternirenden Ströme erinnern.

Stelle man sich zwei Rollen vor, von denen die eine als inducirende und die andere, deren Enden von einander getrennt und isolirt sind, als inducirte dient; es sey p das Potential der letzteren auf sich selbst, w deren galvanischer Widerstand, c deren elektrostatische Capacität, d. h. die

1) Monatsberichte d. Berl. Akad. 1871.

Quantität der positiven Elektricität, welche sich an den äußeren Drahtlagen der Rolle anhäuft, während die unteren Lagen derselben negativ geladen werden und der Potentialunterschied der freien Elektricität an beiden Lagen gleich Eins ist; es seyen ferner i die Intensität des inducirten Stromes und ω der oben erwähnte Potentialunterschied; dann lassen sich i und ω für jedes Zeitelement t nach Unterbrechung des inducirenden Stromes aus folgenden Differentialgleichungen bis auf willkürliche Constanten bestimmen:

$$p \frac{di}{dt} + w i + \omega = 0 \quad (1),$$

$$i = c \frac{d\omega}{dt} \quad (2),$$

wenn das Aufhören des inducirenden Stromes plötzlich eintritt und die Dauer des Funkens sehr klein gegen die der inducirten Stromschwingungen ist, was immer bei sehr schwachen Strömen der Fall ist.

Sind die Enden der secundären Rolle mit einem Condensator von der Capacität C verbunden, so wird die Gl. (2)

$$i = (c + C) \frac{d\omega}{dt} \quad (2a).$$

Sind die isolirenden Schichten zwischen den Windungen der Rolle schwach leitend und ist der reciproke Werth des galvanischen Widerstandes derselben α , so wird diese Gleichung:

$$i = \alpha \omega + (c + C) \frac{d\omega}{dt} \quad . . . (2b)$$

oder für den Fall, wenn auch der Raum zwischen den Oberflächen des Condensators leitet:

$$i = (\alpha + \alpha') \omega + (c + C) \frac{d\omega}{dt} \quad . . (2c),$$

wo α' die entsprechende Leitungsfähigkeit bezeichnet.

Die nachfolgenden Untersuchungen betreffen den Fall, wo

$$\frac{1}{4} \left[\frac{w}{p} \right]^2 < \frac{1}{pc}$$

und i nebst ω periodisch sind. Dann folgt nämlich aus den oben aufgestellten Gleichungen

$$\omega = A e^{\frac{\lambda}{T} t} \sin\left(\frac{\pi}{T} t + \delta\right),$$

wo A und δ aus den Anfangsbedingungen zu bestimmende Constanten sind und

$$\lambda = \frac{1}{2} \frac{w}{p} T, \quad T^2 = p c (\pi^2 + \lambda^2) \quad (3);$$

wenn ein Condensator eingeschaltet ist:

$$\lambda = \frac{1}{2} \frac{w}{p} T, \quad T^2 = p (C + c) (\lambda^2 + \pi^2) \quad (3a)$$

oder wenn eine Leitung in den Schichten der Rolle und im Condensator vorhanden ist

$$\lambda = \frac{1}{2} \left(\frac{w}{p} + \frac{\alpha + \alpha'}{c + C} \right) T, \quad T^2 = \frac{p(c + C)}{1 + (\alpha + \alpha') W} (\pi^2 + \lambda^2) \quad (3c).$$

Stellt man als Anfangsbedingungen, daß für $t = 0$

$$i = (c + C) \frac{d\omega}{dt} = i_0 \text{ und } \omega = 0,$$

so erhält man

$$\delta = 0, \quad A = \frac{i_0}{c + C} \cdot \frac{T}{\pi}.$$

Um i_0 bestimmen zu können, betrachten wir den Fall, wo der inducirende Strom nicht plötzlich aufhört, sondern allmählich von J_0 bis Null fällt. Es sey P das Potential des inducirenden Stromes auf sich selbst, Π das Potential des inducirenden Stromes auf den inducirten, W der Widerstand des ersteren; dann müssen folgende Gleichungen gleichzeitig bestehen:

$$p \frac{di}{dt} + \Pi \frac{dJ}{dt} + w i + \omega = 0 \quad (a),$$

$$P \frac{dJ}{dt} + \Pi \frac{di}{dt} + W J = 0 \quad (b),$$

$$i = c \frac{d\omega}{dt} \quad (c),$$

wo i , p , w , c , und ω die früheren Bedeutungen haben.

Aus diesen Gleichungen wollen wir den Werth von $w \int_0^\infty i^2 dt$ bestimmen, indem wir annehmen, daß für $t = 0$

$$J = J_0, \quad i = 0, \quad \omega = 0.$$

Multiplieirt man die Gl. (a) einmal mit $i dt$ und andermal mit $J dt$, die Gl. (b) dagegen einmal mit $i dt$ und andermal mit ωdt und integrirt von 0 bis ∞ , so erhält man, indem man die Gränzwerthe von J , i , ω beachtet:

$$\begin{aligned} \Pi \int_0^{\infty} \frac{dJ}{dt} i dt + w \int_0^{\infty} i^2 dt &= 0, \\ -p \int_0^{\infty} \frac{dJ}{dt} i dt - \frac{1}{2} \Pi J_0^2 + w \int_0^{\infty} J i dt + \int_0^{\infty} J \omega dt &= 0, \\ P \int_0^{\infty} \frac{dJ}{dt} i dt + W \int_0^{\infty} J i dt \\ P \int_0^{\infty} J i dt - \Pi \int_0^{\infty} i^2 dt + c W \int_0^{\infty} J \omega dt &= 0, \end{aligned}$$

woraus sich ergibt

$$w \int_0^{\infty} i^2 dt = \frac{\frac{1}{2} J_0 \Pi^2 W}{(p W + P w + \frac{1}{c} (\frac{\Pi^2}{w} + \frac{P^2}{W}))}$$

und für den Fall, wo $W = \infty$

$$w \int_0^{\infty} i^2 dt = \frac{1}{2} J_0^2 \frac{\Pi^2}{p}$$

Diese letzte Voraussetzung führt uns wieder zum früher besprochenen Falle, weil bei $W = \infty$ die plötzliche Abnahme von J stattfinden muß, wobei der inducirte Strom in verschwindend kleiner Zeit von 0 bis i_0 steigt. Aus der Gl. (1) ergibt sich aber

$$w \int_0^{\infty} i^2 dt = \frac{1}{2} p i_0^2;$$

vergleicht man die beiden eben gefundenen Werthe der letzten Integrale, so erhält man

$$J_0 = i_0 \frac{\Pi}{P} \text{ und } A = J_0 \Pi \frac{T}{\pi p(c + C)} \quad . \quad . \quad (5).$$

Uebrigens können die sehr kleinen Größen λ und α im

Werthe von T in den Gränzen der Genauigkeit der Beobachtungen vernachlässigt werden und man erhält schliesslich

$$\omega = J_0 \Pi \frac{\pi}{T} e^{\frac{\lambda}{T}} \sin\left(\frac{\pi}{T} t\right) \quad . \quad . \quad . \quad (6)$$

2. Der Helmholtz'sche Unterbrecher, den ich bei meinen Untersuchungen benutzte, besteht wesentlich aus zwei Hebeln, welche so eingerichtet sind, daß sie zwei Stromschliessungen bilden können. Durch ein immer von derselben Höhe fallendes Pendel werden die beiden Hebel nach einander zurückgeworfen und dadurch die beiden Stromschliessungen in sehr kurzer Zeit nach einander aufgehoben.

Die Figuren (3) und (1, Taf. VII) stellen den Unterbrecher¹⁾ und die schematische Zusammenstellung der Apparate dar. h und h' sind zwei um die Axen a und a' drehbare Hebel; die beiden schwachen Federn f und f' drücken die Hebel gegen die Stifte l und l' ; diese und jene sind auf zwei isolirende Platten aus Kautschuck P' und P befestigt. Vier Klemmschrauben k, k', k'', k''' sind in metallischer Verbindung resp. mit h, h', l und l' . Die Platte P' ist unbeweglich; die P ist dagegen auf einen Schlitten gesetzt und kann mittelst der Mikrometerschraube M (Fig. 3, Taf. VII) parallel der Scale mm hin und her geschoben werden; ihre Lage wird durch die Stellung des Zeigers z an der Scale angezeigt. Jede Scalentheilung an mm entspricht einem ganzen Gange der Schraube und ausserdem ist jeder Schraubengang in hundert Theilen getheilt, welche auf die Trommel T gezeichnet sind.

Der inducirende Strom wurde von einer Batterie B Fig. 1, Taf. VII (einem Daniell) durch die primäre Rolle R_1 , den Hebel h' und den Stift l' geleitet. Ein Ende der secundären Rolle R_2 wurde durch Gasröhren mit der Erde verbunden, das andere durch den Hebel h und den Stift l mit einer Platte des Kohlrausch'schen Condensators C und einer Elektrode des Thomson'schen Elektrometers E ,

1) Den Unterbrecher hatte nach den Angaben von Hrn. Geheimrath Helmholtz Hr. Zimmermann in Heidelberg gebaut.

die zweite Platte des Condensators und die zweite Elektrode des Elektrometers wurden mit der Erde verbunden.

Das zum Apparat gehörende Pendel trägt an seinem Ende zwei Rahmen r und r' (Fig. 4, Taf. VII), welche an zwei horizontalen Axen befestigt sind und mittelst starken Federn festgehalten werden. An den Rahmen sind Hebel H und H' befestigt, welche zwei mit Achat belegte Hervorragungen haben; die Hebel können sich um zwei horizontale Axen drehen und zwar in entgegengesetzter Richtung als die beiden Rahmen r und r' ; zwei Spiralfedern s und s' sind dazu bestimmt um die Hebel immer in derselben Stellung festzuhalten. Durch solche Einrichtung der Rahmen und der beweglichen Hebel werden die Stöße des Pendels gegen die horizontalen Hebel $h h'$ gemildert und etwaige Beschädigung des Apparats durch mögliche Rückstöße des Pendels gegen dieselben Hebel verhindert. Die Axe des Pendels liegt auf zwei Paaren Reibungsräder RR aus Messing; ihre Enden stoßen außerdem gegen zwei Stahlplatten b, b_1 , welche durch sechs Schrauben regulirt werden können und das seitliche Gleiten der Axe auf den Rädern verhindern. Das Pendel wurde mittelst eines Elektromagneten D (Fig. 4 und 1 Taf. VII) in horizontaler Stellung gehalten. Nachdem der Strom des Elektromagneten unterbrochen wurde, fiel es nieder, schlug mit beiden mit Achat belegten Hervorragungen gegen die Hebel h und h' und warf sie von den Stiften l, l' zurück. Dadurch wurde zuerst der inducirende Strom unterbrochen und dann die Platte des Condensators und die mit derselben verbundene Elektrode des Elektrometers von der secundären Rolle getrennt. Die am Elektrometer beobachtete Ablenkung liefs die Ladung des Condensators im Moment der Trennung messen. Durch passende Stellung der Mikrometerschraube konnte die Trennung in beliebigem Moment nach der Unterbrechung des inducirenden Stromes geschehen und die entsprechende Ladung des Condensators bestimmt werden. Die Lage der Platte P , welche der gleichzeitigen Zurückwerfung der

beiden Hebel entsprach, wurde gefunden, indem man die Rollen abwechselnd mit dem einen oder dem anderen der Klemmenpaare verband und zwei Lagen der Platte beobachtet, bei welchen das Elektrometer sehr kleine gleiche Ladungen am Condensator zeigte. Die Mitte zwischen den beiden Lagen entsprach der gesuchten Stellung.

Die Anzahl der Schraubentheilungen zwischen je zwei Stellungen der Platte P , bei welchen das Elektrometer keine Ladung am Condensator zeigte, gab die Gröfse der Schwingungsdauer des beobachteten alternirenden Stromes. Um dieselbe in Zeiteinheiten messen zu können, mußte man die Zeit ϑ bestimmen, in welcher das fallende Pendel den Raum zwischen den auf eine beliebige Anzahl der Scalentheilungen von einander entfernten Hebeln durchläuft. *

3. Auf jene Zeitbestimmungen war die Methode von Pouillet¹⁾ angewendet und zwar auf folgende Weise.

Zwei Ströme J und J' , jede von zwei Daniells, gingen in entgegengesetzter Richtung resp. durch zwei Rollen eines sehr empfindlichen Differentialgalvanometers und waren durch die Hebel h und h' geschlossen. Passende Widerstände waren in die Stromkreise eingeschaltet und auf die Weise regulirt, daß der Magnet des Galvanometers in Ruhe blieb, wenn die Ströme durch dasselbe gingen. Man ließ darauf das Pendel fallen; zuerst wurde dadurch der Hebel h' zurückgeworfen und der Strom J' in einer der Rollen unterbrochen; der Strom J der anderen Rolle wirkte eine sehr kurze Zeitdauer auf den Magnet allein, bis der zweite Hebel h durch das weiter fallende Pendel zurückgeworfen war. Man ließ schließlich den Strom J dauernd durch die entsprechende Rolle gehen, während man eine passende Nebenschließung in dieselbe einschaltete. Die Ablenkungen des Galvanometers wurden mittelst Spiegelablesung beobachtet. Aus den Ablenkungen im letzten Versuche und den entsprechenden Widerstandsmessungen wurde die Ablenkung des Galvanometers

1) Wiedemann, Galvanismus Bd. II, §. 212.

berechnet für den Fall, wenn der Strom J ohne Nebenschließung durch dasselbe dauernd ging. Es sey x der auf Bogentheile reducirte Ausschlag des Magneten durch den momentanen Strom, α die Ablenkung durch den dauernden, T die Schwingungsdauer des Magneten, λ dessen Dämpfung, so ist die Dauer des momentanen Stromes

$$D = \frac{x}{\alpha} \cdot \frac{T}{\pi} e^{\frac{\lambda}{\pi} \text{arc. tang } \frac{\pi}{\lambda}},$$

Die nach der oben beschriebenen Methode ausgeführten Messungen gaben für \mathfrak{D}

$$0,0084800 \text{ Sec.}$$

wenn die beiden Hebel auf 6765 Schraubentheilungen von einander entfernt waren. Daraus ergibt sich das einer Schraubentheilung entsprechende Zeitintervall

$$\tau = 0,0000012536 \text{ Sec.}$$

Die Zuverlässigkeit der Methode liefs sich dadurch controliren, dafs die dem momentanen Strome entsprechenden Ausschläge proportional dem Abstand zwischen den Hebeln h und h' zunahmen; die Extraströme hatten folglich keinen merklichen Einfluß auf die Messungen.

4. Bei der vorliegenden Arbeit wurden hauptsächlich Schwingungsdauern und Dämpfungen der alternirenden Ströme beobachtet. Die Bestimmungen der Schwingungsdauer wurden gemacht, indem man die Lage jedes zehnten Nullpunkts beobachtete, wo nämlich das Elektrometer einen Potentialunterschied Null an den Condensatorplatten oder an den Enden der secundären Rolle zeigte. Wäre m die Anzahl der Schraubentheilungen zwischen den n ten und $(n+10)$ Nullpunkten, so ergab sich daraus die betreffende Schwingungsdauer

$$T = \frac{m}{10} \tau.$$

Die Lage einzelner Nullpunkte konnte meistens mit einer Genauigkeit bis auf eine ganze oder halbe Schraubentheilung bestimmt werden, je nach der Beschaffenheit des Unterbrechungsfunkens; die Genauigkeit der beobach-

teten Größen der Schwingungsdauer ging also bis auf $\frac{1}{10} - \frac{1}{10}$ einer Schraubentheilung; sie könnte jedenfalls noch mehr vergrößert werden; das wäre aber wegen anderer Umstände der Versuche überflüssig. Die oben erwähnten zehn Nullpunkte mußten immer so gewählt werden, daß sie nicht zu nahe dem Anfangspunkte der Schwingungen lagen, da sie daselbst durch den Funken und die von demselben herrührenden secundären Schwingungen beeinträchtigt worden wären. Es war auch nicht günstig zu weit entfernte Nullpunkte zu wählen, da die negativen und positiven Potentialunterschiede in der Nähe derselben zu klein waren und die Nullpunkte nicht genügend scharf bestimmt werden konnten.

Bei den Dämpfungsbestimmungen beobachtete man die n ten, $(n+1)$ ten, $(n+11)$ ten und $(n+12)$ ten Maximalwerthe des Potentialunterschieds ω ; waren diese Werthe $\omega_1, \omega_{11}, \omega_{12}$, so ergab sich die Dämpfung

$$x = \frac{1}{10} [\log \text{nat} (\omega_1 - \omega_2) - \log \text{nat} (\omega_{11} - \omega_{12})].$$

Es ist wohl zu bemerken, daß man bei allen nach der oben beschriebenen Methode auszuführende Bestimmungen nur sehr schwache inducirende Ströme gebrauchen muß; ein starker Funken wird nämlich nicht bei jeder Unterbrechung auf dieselbe Weise vor sich gehen und die Nullpunkte fallen deshalb bei jedem Schlage in verschiedene Zeiten nach der Unterbrechung, was eine genaue Bestimmung ihrer Lage unmöglich macht.

5. Bei den nachfolgenden Versuchen wurde ein kleiner Schlittenapparat als Inductorium gebraucht, in dessen primäre Rolle wurde ein Daniell eingeschaltet und dazu noch ein Widerstand von 60 bis 120 Ohm. Mit Quecksilber gefüllte und paarweise in einander gesteckte Reagensgläschen dienten als Condensatoren und waren mit den Nummern 1, 2 usw. bezeichnet.

Zuerst war die Schwingungsdauer für den Fall bestimmt, wo kein Condensator in den oscillirenden Strom eingeschaltet war; nachher folgten dieselben Bestimmun-

gen für die Fälle, wo mehrere Condensatoren nebeneinander eingeschaltet waren, wie man es aus folgender Tabelle ersieht.

I.	
Nummer des eingeschalt. Condensators	Schwingungsdauer in Schraubentheilungen
keine Cond.	33,0
1	77,9
1 + 2	102,1
1 + 2 + 3	125,8
1 + 2 + .. 4	161,9
1 + .. 5	176,4
1 + .. 6	189,2

Aus diesen Versuchen können nun die Größen der Schwingungsdauer berechnet werden für die Fälle, wo die Condensatoren 2, 3, 3 usw. einzeln eingeschaltet sind und die berechneten Werthe mit den unmittelbar beobachteten verglichen werden. Darauf sind die Formeln (3a) und (3c) anzuwenden, wobei λ , α und α' gleich Null gesetzt werden dürfen, da dieselben, so weit die Genauigkeit der Beobachtungen sich erstreckt (d. h. bis auf die erste Decimale) keinen Einfluß auf die zu berechnenden Größen haben, wie man aus den Werthen von λ , α und α' , welche später mitgetheilt werden, ersehen kann. Folgende Tabelle stellt die auf diese Weise berechneten und beobachteten Werthe der Schwingungsdauer dar.

II.		
Condensator	Schwingungsdauer	
	berechn.	beob.
2	73,9	74,1
3	80,5	80,3
4	106,1	106,2
5	77,4	77,3
7	75,9	75,7
3 + 4	129,9	130,1
4 + 5	128,0	127,9
5 + 6	103,5	103,2

Aus Beobachtungen der Schwingungsdauer kann man weiter das Verhältniß der Capacitäten und der Potentiale auf sich selbst verschiedener Inductionsrollen bestimmen. Sind nämlich T und t die Gröſsen der Schwingungsdauer für zwei Rollen, wenn sie allein schwingen und T' , t' dieselben Gröſsen, wenn die Rollen mit einem Condensator C verbunden sind, so ergibt sich aus den Formeln (3a), wo λ immer gleich Null gesetzt werden darf

$$\frac{p'}{p} = \frac{t^2 - t'^2}{T^2 - T'^2}, \quad \frac{c'}{c} = \frac{t^2}{T^2} \cdot \frac{T'^2 - T'^2}{t'^2 - t'^2} \quad (7).$$

Auf diese Weise wurden die Bestimmungen gemacht für eine zweite Rolle, welche zu demselben Inductionsapparat paſste, der zu den erstgenannten Versuchen gebraucht wurde. Man bekam für die Schwingungsdauer der Rolle allein 23,7 Schraubentheile und für dieselbe mit dem Condensator No. 1 verbunden 51,2 Schraubentheile; daraus ergab sich für die zweite Rolle mit der ersten verglichen

$$\frac{p'}{p} = 0,414 \quad \text{und} \quad \frac{c'}{c} = 1,247.$$

Darauf konnte man aus der Tabelle I die Werthe der Schwingungsdauer für die Fälle berechnen, wo die Condensatoren 2, 3 usw. mit der zweiten Rolle verbunden waren und die berechneten Werthe mit den unmittelbar beobachteten vergleichen. Folgende Tabelle stellt die Resultate dieser Vergleichung dar.

III.

Condensator	Schwingungsdauer	
	berechn.	beob.
1 + 2	80,5	80,2
1 + 2 + 3	93,6	93,5
1 + ... 4	114,1	113,7
1 + ... 5	122,7	122,5
1 + ... 6	130,3	130,5

Für eine dritte Rolle waren ebenso die Gröößen der Schwingungsdauer 53,6 und 117,4 gefunden, resp. für die Fälle, wenn sie allein schwang oder mit dem Condensator No. 1 verbunden. Daraus ergab sich für diese Rolle mit der ersten verglichen:

$$\frac{p''}{p} = 2,192 \text{ und } \frac{c''}{c} = 1,233.$$

Die Rechnung und die Beobachtung gaben darauf folgende Resultate für andere Fälle.

IV.

Condensator	Schwingungsdauer	
	berechn.	beob.
1 + 2	152,7	152,3
1 + 2 - 3	187,5	187,4
1 + ... 4	240,6	240,4
1 + ... 5	262,0	262,1
1 + ... 6	280,9	280,7

6. Bei den ferneren Versuchen, welche die Dämpfungen betreffen, wurden die Inductionsrollen mit einem Condensator nach Kohlrausch verbunden, dessen Platten man in verschiedenen Entfernungen von einander aufstellte, um dadurch die Schwingungsdauer zu ändern. Dabei folgten nicht die beobachteten Gröößen der Dämpfung dem einfachen Gesetz der Formel (3), sondern dem complicirteren der Formel (3c), in welches die Leitungsfähigkeit der isolirenden Schichten der Rolle eintritt. Es erwies sich auch eine sorgfältig gearbeitete Rolle, im letzten §. als *dritte* gekennzeichnet, deren Draht doppelt mit Seide umspinnen war und reichlich mit Copallack bedeckt, als bedeutend leitend in ihren isolirenden Schichten.

Bestimmt man die Dämpfung λ_0 und die Schwingungsdauer T_0 für den Fall, wo die Enden einer Rolle unmittelbar mit dem Elektrometer verbunden sind und ferner

die entsprechenden Werthe λ_1, λ_2 usw. T_1, T_2 usw. für die Fälle, wo die Rolle abwechselnd mit den Luftcondensatoren von Capacitäten C_1, C_2 usw. in Verbindung gebracht ist, so erhält man nach der Formel (3c)

$$\frac{\lambda_0}{T_0} = \frac{1}{2} \left(\frac{w}{p} + \frac{\alpha}{c_0} \right); \quad \frac{\lambda_1}{T_1} = \frac{1}{2} \left(\frac{w}{p} + \frac{\alpha}{c_0 + C_1} \right);$$

$$\frac{\lambda_2}{T_2} = \frac{1}{2} \left(\frac{w}{p} + \frac{\alpha}{c_0 + C_2} \right),$$

wo α und c_0 die Leitungsfähigkeit der Schichten der Rolle und deren Capacität bezeichnen. Die Luftcondensatoren sind dabei als vollständig isolirt vorausgesetzt, d. h. α' in der Formel (3c) gleich Null angenommen. Da nun

$$\frac{c_0 + C_1}{C_1} = \frac{T_1^2}{T_1^2 - T_0^2}, \quad \frac{c_0 - C_2}{C_2} = \frac{T_2^2}{T_2^2 - T_0^2} \text{ usw.},$$

so folgt aus jenen Gleichungen

$$\left(\frac{\lambda_0}{T_0} = \frac{\lambda_1}{T_1} \right) \frac{T_1^2}{T_1^2 - T_0^2} = \left(\frac{\lambda_0}{T_0} - \frac{\lambda_2}{T_2} \right) \frac{T_2^2}{T_2^2 - T_0^2}$$

$$= \text{u. s. w.} = \frac{1}{2} \frac{\alpha}{c_0} \dots \dots \dots (8)$$

und

$$\frac{1}{2} \frac{w}{p} = \frac{\lambda_0}{T_0} - \frac{1}{2} \frac{\alpha}{c_0}.$$

In folgender Tabelle sind die beobachteten Werthe von λ und T für die *erste* Rolle gegeben und daraus $\frac{1}{2} \frac{\alpha}{c_0}$ und $\frac{1}{2} \frac{w}{p}$ berechnet.

V.

T	λ	$\frac{1}{2} \frac{\alpha}{c_0}$	$\frac{1}{2} \frac{w}{p}$
32,7	0,0424		
40,2	0,0349	0,001237	0,000024
51,5	0,0277	0,001271	0,000026
57,1	0,0254	0,001269	0,000028
63,5	0,0236	0,001260	0,000037
67,5	0,0226	0,001257	0,000040
Mittel		0,001266	0,000031

T ist hier in Schraubentheilungen des Unterbrechers ausgedrückt und λ in Brigg'schen Logarithmen, so daß man, um absolute Werthe von $\frac{1}{2} \frac{\alpha}{c_0}$ und $\frac{1}{2} \frac{w}{p}$ zu erhalten, die letzten durch τ lg. Bre dividiren muß, wo τ das im §. 3 gegebene Zeitintervall ist. Streng genommen müßten $\frac{1}{2} \frac{\alpha}{c_0}$ und $\frac{1}{2} \frac{w}{p}$ aus der Gl. (8) nach der Methode der kleinsten Quadrate berechnet werden; man wäre aber dabei zu complicirten Rechnungen gekommen, welche eigentlich von keinem Nutzen gewesen wären, da der Zweck des Versuchs war, nicht die genauen Bestimmungen zu gewinnen, sondern bloß zu zeigen, inwiefern die betreffenden Methoden bei solchen Untersuchungen zu reichen im Stande sind.

Aus der letzten Tabelle sieht man, daß hier die Schwingungsdauer der Rolle allein kleiner ist als die, welche in Tab. I gegeben; dies läßt sich dadurch erklären, daß bei den letzten Untersuchungen die inducirende und inducirte Rollen weiter auseinandergeschoben waren und dadurch die Capacität der inducirten verkleinert.

Dieselben Versuche und Rechnungen für die dritte Rolle gaben Folgendes.

VI.

T	λ	$\frac{1}{2} \frac{\alpha}{c_0}$	$\frac{1}{2} \frac{w}{p}$
53,6	0,0562		
76,1	0,0410	0,001008	0,000040
77,0	0,0405	0,001019	0,000029
97,1	0,0335	0,001010	0,000038
97,5	0,0334	0,001010	0,000038
Mittel		0,001012	0,000036

Sind die eingeschalteten Condensatoren auch leitend, so erhält man aus (3c) folgende Beziehung zwischen Dämpfungen, Schwingungsdauer und betreffenden Leitungsfähigkeiten

$$\left(\frac{\lambda_0}{T_0} - \frac{\lambda_1}{T_1}\right) \frac{T_1^2}{T_1^2 - T_0^2} = \frac{1}{2} \frac{\alpha}{c_0} - \frac{1}{2} \frac{\alpha_1}{c_1},$$

$$\left(\frac{\lambda_0}{T_0} - \frac{\lambda_2}{T_2}\right) \frac{T_2^2}{T_2^2 - T_0^2} = \frac{1}{2} \frac{\alpha}{c_0} - \frac{\alpha_2}{c_2} \quad \dots \quad (9)$$

usw., wo α_1, α_2 usw. die Leitungsfähigkeiten der betreffenden Condensatoren bezeichnen

Für folgende Versuche waren die Reagirgläschen, welche bei den Versuchen I bis V gedient hatten, mit Schellack bedeckt und wieder mit Quecksilber gefüllt. Tabelle VII stellt die dabei beobachteten Größen der Schwingungsdauer und der Dämpfung für die erste Rolle dar und die daraus berechneten Werthe von $\frac{1}{2} \frac{\alpha}{c_0} - \frac{1}{2} \frac{\alpha_1}{c_1}$ usw.; aus den letzteren können nach den Versuchen V $\frac{1}{2} \frac{\alpha_1}{c_1}, \frac{1}{2} \frac{\alpha_2}{c_2}$ usw. berechnet werden.

VII.

Condensator	T	λ	$\frac{1}{2} \frac{\alpha}{c_0} - \frac{1}{2} \frac{\alpha_1}{c_1}$	$\frac{1}{2} \frac{\alpha_2}{c_2}$
ohne Cond.	32,7	0,0424		
1	74,6	0,0343	0,001034	0,000232
2	71,5	0,0303	0,001104	0,000162
3	77,2	0,0295	0,001116	0,000150
4	99,8	0,0306	0,001109	0,000157
5	75,3	0,0288	0,001127	0,000139

Darauf wurden dieselben Condensatoren paarweise mit derselben Rolle verbunden und aus den dabei beobachteten Größen der Schwingungsdauer und der Dämpfung die Werthe $\frac{1}{2} \frac{\alpha_1 + \alpha_2}{c_1 + c_2}, \frac{1}{2} \frac{\alpha_2 + \alpha_3}{c_2 + c_3}$ usw. berechnet; die letzteren konnten außerdem aus den Versuchen VII berechnet werden und zwar auf folgende Weise:

$$\frac{\alpha_1 + \alpha_2}{c_1 + c_2} = \frac{\alpha_1}{c_1} \cdot \frac{c_1}{c_1 + c_2} + \frac{\alpha_2}{c_2} \cdot \frac{c_2}{c_1 + c_2},$$

da aber

$$\frac{c_1}{c_1 + c_2} = \frac{T_1^2 - T_0^2}{T_{1,2}^2 - T_0^2}, \quad \frac{c_2}{c_1 + c_2} = \frac{T_2^2 - T_0^2}{T_{2,1}^2 - T_0^2},$$

wo $T_{1,2}$ die Schwingungsdauer für den Fall ist, wo die beiden Condensatoren mit der Rolle verbunden sind, so folgt es

$$\frac{\alpha_1 + \alpha_2}{c_1 + c_2} = \frac{\alpha_1 (T_{1,2}^2 - T_0^2)}{c_1 (T_{1,2}^2 - T_0^2)} + \frac{\alpha_2 (T_{1,2}^2 - T_0^2)}{c_2 (T_{1,2}^2 - T_0^2)}$$

usw. Folgende Tabelle stellt diese Beobachtungen und Rechnungen dar.

VIII.

Cond.	T	λ		$\frac{\alpha_n}{c_n}$	
		beob.	ber. aus VII	beob.	ber. aus VII
1 + 2	98,0	0,0338	0,0342	0,000199	0,000192
2 + 3	100,0	0,0308	0,0305	0,000155	0,000158
3 + 4	121,9	0,0333	0,0334	0,000165	0,000162
4 + 5	121,9	0,0333	0,0338	0,000160	0,000163

Die Dämpfungen waren dabei aus den Werthen von $\frac{\alpha_1 + \alpha_2}{c_1 + c_2}$, $\frac{\alpha_2 + \alpha_3}{c_2 + c_3}$ usw. nach der Formel (9) berechnet.

Da nun weiter die Verhältnisse des Potentials und der Capacität der *dritten* Rolle zu denen der *ersten* bereits bekannt waren, so konnten nach den vorigen Versuchen die Größen der Schwingungsdauer und der Dämpfung für die *dritte* Rolle berechnet werden, wenn die letzte mit denselben Condensatoren verbunden war. In folgender Tabelle sind die so berechneten und unmittelbar beobachteten Werthe gegeben.

IX.

Conden- sator	T		λ		$\frac{\alpha_n}{c_n}$	$\frac{\alpha_n}{c_n}$
	ber.	beob.	ber.	beob.	gegeben aus d. vor. Vers.	berechn. aus derselben Ta- belle
Ohne Cond.		53,6		0,0562		
1	112,8	113,0	0,0501	0,0506	0,000232	0,000236
2	108,2	108,5	0,0440	0,0445	0,000162	0,000169
3	116,6	116,2	0,0429	0,0425	0,000150	0,000149
4	149,5	149,3	0,0453	0,0455	0,000157	0,000159
5	113,8	114,0	0,0420	0,0419	0,000139	0,000139
1 + 2	146,9	146,5	0,0505	0,0510	0,000199	0,000204
2 + 3	149,8	150,2	0,0450	0,0449	0,000155	0,000154
3 + 4	181,9	182,3	0,0500	0,0498	0,000165	0,000165
4 + 5	180,7	181,1	0,0495	0,0497	0,000160	0,000165

7. Sind mehrere Rollen mit einander verbunden und in denselben elektrische Schwingungen inducirt, so verlaufen die letzteren nicht gleichartig und gleichzeitig in allen Rollen, sondern jede Rolle besitzt ihre eigene Schwingung von besonderer Intensität und Dauer; neben dieser Hauptschwingung entstehen in jeder Rolle auch andere, welche von sämmtlichen Rollen abhängen und mit den Hauptschwingungen interferiren.

Die Theorie erklärt alle diese Erscheinungen, wenn man annimmt, daß nicht die ganze Elektricität aus einer Rolle in die andere benachbarte übergeht, sondern ein Theil davon an den zusammen verbundenen Drahtlagen der beiden Rollen sich anhäuft. Es sey eine Anzahl n der Rollen der Reihe nach mit einander verbunden; die Potentiale derselben auf sich selbst seyen $p_1, p_2 \dots p_n$ und die Capacitäten $c_1, c_2 \dots c_n$; ein Ende der ersten Rolle sey mit der Erde verbunden und ein Ende der letzten mit einem Condensator von der Capacität C ; eine der Platten des Condensators sey auch nach der Erde abgeleitet. Die äußeren und inneren Drahtlagen der Rollen kann man sich schematisch vorstellen, als Condensatoren $c_1, c_2, c_3 \dots c_n$, welche von außerhalb mit den Rollen verbunden sind (Fig. 2 Taf. VII). Es sey ferner ω_1 das Potential der freien Elektricität, welche an den zusammen verbundenen Drahtschichten erster und zweiter Rollen sich ansammelt, ω_2 dasselbe Potential an den Schichten zweiter und dritter Rollen usw. bis auf ω_n ; an einer der Platten des Condensators C wird das Potential ω_n seyn und an der anderen Null. Es seyen endlich $i_1, i_2, \dots i_n$ die Stromintensitäten resp. in jeder der Rollen und $\omega_1, \omega_2 \dots \omega_n$ die Widerstände der letzteren. Für die positive Richtung des Stromes nehme man diejenige, in welcher der Strom zu den Condensatoren c_1, c_3, c_5 usw. hinfließt und von den Condensatoren c_2, c_4 usw. abfließt. Nun stellen die Differenzen $i_1 - i_2, i_2 - i_3$ usw. mit dt multiplicirt die Elektricitätsmengen dar, welche im Zeitelement dt an den betreffenden Drahtlagen sich anhäufen; andererseits können dieselben Größen aus den Potentialdiffe-

renzen an den Schichten berechnet werden und zwar auf folgende Weise:

$$\begin{aligned} i_1 - i_2 &= c_1 \frac{d\omega_1}{dt} + c_2 \frac{d(\omega_1 - \omega_2)}{dt}, \\ i_2 - i_3 &= c_2 \frac{d(\omega_1 - \omega_2)}{dt} + c_3 \frac{d(\omega_2 - \omega_3)}{dt}, \\ &\dots \dots \dots \\ i_{n-1} - i_n &= c_{n-1} \frac{d(\omega_{n-1} - \omega_n)}{dt} + c_n \frac{d(\omega_{n-1} - \omega_n)}{dt}, \\ i_n &= c_n \frac{d(\omega_n - \omega_{n-1})}{dt} + C \frac{d\omega_n}{dt}. \end{aligned}$$

Zu diesen Gleichungen sind noch die hinzuzufügen, welche ausdrücken, daß in jeder Rolle das Product aus Widerstand und Stromintensität den sämtlichen daselbst vorhandenen elektromotorischen Kräften gleich ist. Diese Gleichungen werden folgende seyn:

$$\begin{aligned} p \frac{di_1}{dt} + w_1 i_1 + \omega_1 &= 0, \\ p^2 \frac{di_2}{dt} + w_2 i_2 + \omega_2 - \omega_1 &= 0, \\ &\dots \dots \dots \\ p \frac{di_n}{dt} + w_n i_n + \omega_n - \omega_{n-1} &= 0. \end{aligned}$$

Hieraus folgt nach der Theorie der simultanen Gleichungen, daß in gewissen Fällen, welche eben das Entstehen der oscillirenden Ströme characterisiren, jedes ω als eine Summe von n mit der Zeit erlöschender Schwingungen dargestellt werden kann. Es haben nun zwar in allen ω einzelne Schwingungen dieselbe Schwingungsdauer, es sind aber die Intensitäten und Phasenunterschiede derselben für verschiedene ω verschieden, woraus folgt, daß die resultirenden Schwingungen, welche aus den einzelnen, einfachen sich bilden, für jede Rolle verschieden sind.

Ich will nicht hier in die weitere Erörterung der oben besprochenen Gleichungen eingehen, weil mir eigentlich keine einfache Methode eingefallen ist, um die theoretischen Schlüsse aus denselben durch Versuche zu prüfen,

aufser dem directen Verfahren für an einander sehr nahe liegende Zeitintervalle die entsprechenden Werthe von ω unmittelbar zu beobachten. Solche Untersuchungen sind aber so mühsam und nehmen so viel Zeit in Anspruch, daß sie zum Gegenstand einer besonderen Arbeit werden müssen.

Doch führe ich einige Bestimmungen der einzelnen nach einander folgenden Nullpunkte hinzu, für die Schwingungen, welche in zusammen verbundenen Rollen entstehen, um einen Begriff von den betreffenden Erscheinungen zu geben.

Es waren zwei Rollen mit einander verbunden, welche in den vorigen §§. als *erste* und *dritte* bezeichnet sind; ein Ende der zweiten Rolle war mit der Erde verbunden; die erste Rolle endete in einem Quecksilbercondensator, dessen eine Oberfläche nach der Erde abgeleitet war. Mittelst des Elektrometers wurden nach den im §. 2 beschriebenen Methoden die Ladungen beobachtet, bald an der Verbindungsstelle zwischen den beiden Rollen, bald zwischen der ersten Rolle und dem Condensator. Auf diese Weise wurde die Zeitdauer bestimmt zwischen einer Anzahl von Nullladungen, welche an den benannten Stellen entstanden. Der inducirende Strom wurde nur durch die primäre Rolle No. 2 geleitet.

a) Combination: Erde, Rolle No. 2, Rolle No. 1, Condensator, Erde. Lagen der Nullpunkte an der Scale des Unterbrechers

zwischen No. 1 und No. 2		zwischen No. 1 und Condensator	
Lage	Differenz	Lage	Differenz
6604		6506	30
6514	90	6476	16
6423	91	6460	30
6332	91	6430	30
6241	90	4400	11
6151	90	6389	28
6061		6351	

b) Dieselbe Combination mit zwei Condensatoren
nebeneinander

zwischen No. 1 und No. 2		zwischen No. 1 und Condensator	
Lage	Differenz	Lage	Differenz
6418		6503	
6296	122	6483	20
6174	122	6453	30
6053	121	6432	21
5930	123	6408	24
5808	122	6375	33
5684	124	6362	13

c) Combination: Erde, No. 2, No. 1, No. 4;
Condensator, Erde

zwischen Cond. u. No. 4		No. 4 u. No. 1		zw. No. 1 u. No. 2	
Lage	Differenz	Lage	Differenz	Lage	Differenz
6494		6499		6506	
6394	100	6395	104	6482	24
6305	89	6309	86	6460	22
6205	100	6205	104	6442	18
6115	90	6121	84	6420	20

Streng genommen sind auch die Schwingungen in derselben Rolle an verschiedenen Stellen nicht genau dieselben. An der Rolle No. 2 wurde die Stelle, wo die Drahtwindungen aus der vorletzten Lage in die letzte übergehen, von der isolirenden Umspannung entblößt und daran die Schwingungen beobachtet. Die Anzahl der Schraubentheilungen zwischen zehn Schwingungen am Ende der Rolle ergab sich gleich 237 und an der entblößten Stelle 232. Dadurch läßt sich vielleicht erklären, warum die in den vorigen §§. berechneten Werthe der Schwingungsdauer nur bis auf die ersten Decimalen mit den unmittelbar beobachteten stimmten. Es scheint überhaupt, daß man, um sich eine genauere Vorstellung dieser Erscheinungen zu machen, darauf die von Kirchhoff¹⁾ und Helmholtz²⁾ für die

1) Pogg. Ann. Bd. 100, S. 193 u. 351, Bd. 102, S. 529.

2) Crelle's Journ. Bd. 72.

Elektricitätsbewegungen angestellten Gleichungen anwenden mußte, in welchen die Anhäufung der freien Elektricität in jedem Raumelemente eines leitenden Körpers vorausgesetzt wird und w sammt i als Functionen der Zeit und Coordinaten betrachtet werden.

8. Die Beobachtungen der Schwingungsdauer alternirender Ströme können mit Erfolg auf die Bestimmungen der Dielektricitätscoefficienten für verschiedene Isolatoren angewandt werden; solche Bestimmungen waren noch nicht, so viel es mir bekannt ist, bei einer so kurzen Ladungsdauer, wie sie bei elektrischen Schwingungen vorkommt, gemacht und doch ist es nicht von geringer Wichtigkeit zu ermitteln, wie die dielektrische Polarisirung in so kleinen Zeiträumen zu Stande kommt.

Zu diesen Versuchen wurde ein Condensator nach Kohlrausch gebraucht; möglichst planparallele Platten von verschiedenen isolirenden Substanzen wurden zwischen die Condensatorplatten gestellt; für jeden Fall wurde dreimal die Schwingungsdauer bestimmt: 1) für die Rolle ohne Condensator, 2) für die Rolle mit Condensator und einem Isolator zwischen dessen Platten, 3) für die Rolle mit Condensator, wenn der Isolator weggenommen war, die Condensatorplatte aber in derselben Stellung wie in 2) verblieben. Waren T_0 , T und T' diese drei Werthe der Schwingungsdauer, so ergab sich daraus das Verhältniß der Capacität des Condensators mit dem Isolator zu der ohne demselben gleich

$$\frac{T^2 - T_0^2}{T'^2 - T_0^2} = D.$$

Dieses Verhältniß wird gewöhnlich als die Dielektricitätsconstante oder der Dielektricitätscoefficient bezeichnet.

Folgende Tabellen stellen solche Bestimmungen für einige Isolatoren dar.

Hartgummi.

Rolle No. 1, T_0	T	T'	D	Ladungsdauer $= T \cdot \tau$
33,9	52,5	43,2	2,24	Mittel $= 0000652 \text{ Sec.}$
—	51,9	43,1	2,18	
—	51,6	42,9	2,19	
—	52,0	43,0	2,22	
Mittel 2,21				

Reines Kautschuk (braun).

Rolle No. 1, T_0	T	T'	D	Ladungsdauer $= T \cdot \tau$
34,0	50,4	42,5	2,13	Mittel $= 0,0000630 \text{ Sec.}$
—	50,3	42,3	2,17	
—	50,3	42,5	2,11	
—	50,2	42,6	2,07	
Mittel 2,12				

Vulcanisirtes Kautschuk (grau).

Rolle No. 1, T_0	T	T'	D	Ladungsdauer $= T \cdot \tau$
34,0	56,3	43,6	2,70	Mittel $= 0,0000706 \text{ Sec.}$
—	56,2	43,7	2,66	
—	56,3	43,5	2,74	
—	56,3	43,7	2,67	
Mittel 2,69				

Paraffin (schnell abgekühlt, fast durchsichtig).

Rolle No. 1, T_0	T	T'	D	Ladungsdauer $= T \cdot \tau$
34,0	45,2	41,2	1,64	Mittel $= 0,0000568 \text{ Sec.}$
—	45,4	41,1	1,70	
—	45,3	41,1	1,68	
—	45,3	41,0	1,71	
Mittel 1,68				

Paraffin (langsam abgekühlt, milchweifs).

Rolle No. 3, T_0	T	T'	D	Ladungsdauer $= T \cdot \tau$
53,3	68,4	62,1	1,81	Mittel
—	68,6	62,2	1,81	$= 0,0000858$
Mittel 1,81				

Paraffin (andere langsam abgekühlte Platte).

Rolle No. 1, T_0	T	T'	D	Ladungsdauer $= T \cdot \tau$
32,7	46,2	40,4	1,89	Mittel $= 0,0000580$ Sec.
—	46,3	40,5	1,88	
—	46,4	40,5	1,90	
No. 3	53,3	71,6	63,6	$= 0,0000898$ Sec.
—	71,5	63,7	1,87	
Mittel				1,89

Halbweisses Glas.

T_0	T	T'	D	Ladungsdauer $= T \cdot \tau$
34,0	60,0	44,5	2,96	Mittel $= 0,0000752$ Sec.

Ein anderes Stück von derselben Sorte.

T_0	T	T'	D	Ladungsdauer $= T \cdot \tau$
32,7	66,8	44,7	3,66	Mittel $= 0,0000838$ Sec.

Weisses Spiegelglas.

T_0	T	T'	D	Ladungsdauer $= T \cdot \tau$
32,7	68,5	41,2	5,78	Mittel $= 0,0000859$ Sec. $= 0,0001281$ Sec.
53,3	102,2	64,3	5,88	

9. Für dieselben Bestimmungen wurde darauf die Siemens'sche Methode ¹⁾ benutzt. Der Condensator wurde mittelst einer Batterie von 5 bis 50 Daniells geladen und in jeder Secunde 20 bis 25 Mal mittelst einer von Siemens und Halske construirten Commutators durch ein sehr empfindliches Galvanometer entladen. Die Ablenkungen des Galvanometers gaben die Gröfsen der Ladungen des Condensators, wenn zwischen den Platten desselben Luft oder Isolatoren sich befanden; sie wurden nach der Multiplicationsmethode aus je 7 oder 12 nach einander folgenden Elongationen berechnet. Aus den Ablenkungen wurden nach bekannten Regeln die betreffenden Dielektricitätscoëfficienten berechnet. Das Galvanometer gab kleine Ausschläge auch in dem Fall, wenn der Condensator weggenommen war und zwar verschieden je nach der Anzahl der ladenden Elemente. Diese kleinen Correctionen, welche von der Ladung der Verbindungsdrähte und hinteren Oberflächen der Condensatorplatten herrührten, mußten bei der Rechnung auch in Betracht genommen werden. Dagegen brachte, wie sich bei den Versuchen ergab, die Stärke der Ladung in den Gränzen der Genauigkeit der Beobachtungen keine Aenderung der Dielektricitätscoëfficienten hervor. Folgende Tabelle giebt die Dielektricitätscoëfficienten, welche ich aus diesen Messungen erhielt.

für Hartgummi	2,76
„ Reines Kautschuk	2,34
„ Vulcanisirtes Kautschuk	2,94
„ Paraffin (durchsichtig)	1,92
„ Paraffin (milchweiß)	2,47
„ Kalkweißes Glas	4,12
„ Weißes Spiegelglas	6,34.

Für die Ladungsdauer kann man dabei etwa die Zeit einer halben Umdrehung des Commutators annehmen, also von $\frac{1}{40}$ bis $\frac{1}{50}$ Secunde. Vergleicht man die Resultate der beiden letzten §§., so kommt man zum Schluß, daß bei

1) Pogg. Ann. Bd. CII, S. 66.

der *kleineren* Ladungsdauer die Dielektricitätscoefficienten auch *kleiner* werden.

10. Nach der von Maxwell¹⁾ vorgeschlagenen elektromagnetischen Theorie des Lichts soll eine Beziehung zwischen den Dielektricitäts- und Brechungscoefficienten existiren und zwar sollen die ersteren den Quadraten der letzteren gleich seyn. Deshalb fand ich es für zweckmäßig, einige Bestimmungen der Brechungscoefficienten für Isolatoren anzustellen. Zu diesem Zweck benutzte ich die Beobachtungen des Gränzwinkels der Totalreflexion und zwar in folgender Weise. Ein gleichwinkliges Flintglasprisma war auf ein um die vertikale Axe drehbares Stativ gestellt, so daß seine Kanten vertikal zu stehen kamen. Das Stativ war mit einem getheilten Kreise versehen, an welchem man die Drehungswinkel ablesen konnte. An einer der Oberflächen des Prismas waren Flecke aus verschiedenen isolirenden Substanzen gemacht, indem dieselben in geschmolzenem Zustande an das Prisma angeklebt wurden; die am Glase liegenden Oberflächen der Flecke wurden in der Entfernung von etwa $\frac{3}{4}$ Meter durch ein Fernrohr beobachtet und das Stativ mit dem Prisma so lange gedreht, bis dieselben verschwanden und zu glänzen anfangen, wie die übrige unbedeckte Oberfläche des Glases.

Aus den betreffenden Winkelablesungen wurden die Brechungscoefficienten berechnet. Die Flecke waren aber nicht genug durchsichtig, um die farbige Gränze zwischen dem gebrochenen und dem total reflectirten Licht beobachten zu können; die Beobachtungen beziehen sich also auf die Mittelwerthe des Brechungscoefficienten. Bei den Paraffinflecken wurde bemerkt, daß nicht die ganze Oberfläche derselben an der Gränze der Totalreflexion gleichzeitig zu glänzen anfang, sondern es erschienen zuerst zwei runde glänzende Stellen in der Mitte des Fleckes und dann erst wurde bei der weiteren Fortdrehung des Prismas die übrige Oberfläche glänzend. Daraus ergaben sich zwei Gränzwerthe des Brechungscoefficienten für Paraffin. Diese

1) Maxwell: *A Treatise on Electricity and Magnetism*. Vol. II, p. 386.

Erscheinungen, welche übrigens auf die Doppelbrechung des Paraffins deuten, zeigten, daß die Abkühlung der Flecke ziemlich langsam vor sich ging, so daß dabei Kristalle sich ausbilden konnten; der daraus bestimmte Brechungscoefficient muß also mit dem Dielektricitätscoefficienten für langsam abgekühltes Paraffin verglichen werden.

Auf diesem Wege wurden folgende Brechungscoefficienten gefunden.

Brechungscoefficient		dessen Quadrat	Dielektricitätscoëff.	
Paraffin	1,53	2,34	1,89	2,47
	1,48	2,19	1,81	1,92
Reines Kautschuk	1,50	2,25	2,12	2,34
Colophonium	1,54	2,37	—	—
Stearin	1,53	2,37	—	—
Schwefel	2,09	4,27	—	—

Bei den Versuchen mit Schwefel wurde statt des Glasprismas ein Prisma aus Faraday'schem Glase gebraucht; im Uebrigen blieb das Verfahren dasselbe.

11. Die Beobachtungen der Dämpfungen der elektrischen Schwingungen können auf Bestimmungen der Leitungsfähigkeit schwachleitender Körper angewandt werden. Im §. 1 ist schon beschrieben, wie solche Bestimmungen für eine Anzahl Reagirgläschen und Rollen gemacht waren, In mehreren Fällen ist aber vielleicht folgendes Verfahren vorzuziehen, das ich für Widerstandsbestimmungen einiger Glasplatten gebraucht habe und wobei keine besondere Bestimmungen der Leitungsfähigkeit der isolirenden Schichten der Rolle nöthig sind.

Eine Spiegelglasplatte wurde zwischen die Condensatorplatten gelegt und die letzteren mit einer Inductionsrolle verbunden; dann wurde die Schwingungsdauer und die Dämpfung der elektrischen Schwingungen für diesen Fall beobachtet. Es ist dabei nach der Formel (3 c)

$$\frac{\lambda}{T} = \frac{1}{2} \left(\frac{w}{p} + \frac{\alpha + \alpha'}{c + c'} \right),$$

wo α und c resp. die Leitungsfähigkeit und die Capacität der Rolle, α' und C dieselben Größen für den Condensator bezeichnen.

Darauf wurde die Glasplatte vom Condensator entfernt und die Scheiben der letzteren so lange gegeneinander geschoben, bis die Schwingungsdauer dieselbe wurde, wie früher bei Anwesenheit der Glasplatte; die dabei beobachtete Dämpfung mußte eine andere seyn und zwar hatte man

$$\frac{\lambda'}{T} = \frac{1}{2} \left(\frac{w}{p} + \frac{\alpha'}{c + C} \right).$$

Aus den beiden Beobachtungen folgt nun

$$\frac{\lambda - \lambda'}{T} = \frac{1}{2} \frac{\alpha'}{c - C}.$$

Als Beispiel führe ich hier drei Beobachtungen mit einer Spiegelplatte an. Es waren für solche Platten in verschiedenen Zeiten folgende Werthe der Schwingungsdauer und Dämpfung beobachtet:

T :	102,5	101,8	102,3
λ :	0,0360	0,0364	0,0371.

Die Condensatorscheiben waren jedesmal nach dem Wegnehmen der Glasplatte so lange gegen einander genähert, bis resp. folgende Größen der Schwingungsdauer erreicht waren:

T'' :	102,6,	101,5,	101,0.
---------	--------	--------	--------

Die Dämpfungen waren dabei:

α' :	0,0322,	0,0325,	0,0326.
-------------	---------	---------	---------

Es wird keinen erheblichen Einfluß auf die Rechnung machen, wenn wir in derselben die mittleren Werthe von T und T'' einführen; da weiter λ' sich nur sehr wenig für die kleinen Unterschiede der Schwingungsdauer ändert, so dürfen wir den Mittelwerth davon 0,0324 auch für die Schwingungsdauer 102,2 als gültig betrachten. Die aus diesen Zahlen berechneten Werthe von $2 \frac{\lambda - \lambda'}{T}$ müssen noch mit rlg Bre multiplicirt werden, wie im §. 6 bemerkt ist.

Auf diese Weise erhält man folgende Werthe von $\frac{a}{c+C}$ für alle drei Fälle:

$$129,4, \quad 143,7 \quad 169,0.$$

Um daraus a zu berechnen, muß man $c + C$ im absoluten Maafse ausdrücken. Die Capacität C des Condensators mit der Glasplatte kann unmittelbar aus dessen Dimensionen berechnet werden; es war nämlich das Diameter der Scheiben gleich 149 Millim., die Dicke der Platte 2,07 Millim., der Dielektricitätscoëfficient des Glases 5,88; daraus ergibt sich in elektrostatischen Maafseinheiten

$$C = 3,940 \text{ Meter.}$$

Erinnert man sich weiter, daß die Schwingungsdauer der Rolle No. 3 ohne Condensator 5,33 Schraubentheile war, so ergibt sich

$$c = \frac{(53,3)^2}{(102,2)^2 - (53,5)^2} C = 1,442 \text{ Meter}$$

und

$$C + c = 5,382 \text{ Meter.}$$

Daraus erhält man folgende Werthe für a in elektrostatischen Einheiten:

$$966,5, \quad 773,9, \quad 909,3 \quad \frac{\text{Meter}}{\text{Secunde}}.$$

Multiplicirt man $\frac{1}{a}$ mit $(28,5 \times 10^7)^2$ ¹⁾ und erinnert sich, daß $\text{Ohm} = 10^7 \frac{\text{Meter}}{\text{Secunde}}$ ist, so erhält man für den Widerstand der Platte folgende Größen in elektromagnetischen Einheiten:

$$1,16 \times 10^7, \quad 1,05 \times 10^7 \quad 0,89 \times 10^7 \text{ Ohm}$$

und für ein Cubikmeter Glas:

$$\text{Widerstand} = 9,82 \times 10^7, \quad 8,84 \times 10^7 \quad 7,52 \times 10^7 \text{ Ohm.}$$

Diese Resultate dürfen aber keineswegs als genaue Maafsbestimmungen betrachtet werden und werden hier nur erwähnt, um einen Begriff von der betreffenden Methode zu geben. Es war nämlich die Einstellung der Condensatorplatten keineswegs sicher und genau, so daß die Capacität derselben nur sehr annähernd berechnet werden

1) Maxwell, l. c. Bd. II, S. 373.

konnte; außerdem müßten die Platten noch größer seyn, um die Methode empfindlicher zu machen. Es ist auch wahrscheinlich, daß bei den eben besprochenen Versuchen die elektrische Leitung nicht nur durch die Platten geschah, sondern auch an deren Oberflächen, welche außerhalb der Condensatorscheiben sich befanden.

Für die Platten aus Kautschuck und Paraffin waren folgende Dämpfungen erhalten:

Paraffin	0,0447	0,0445	0,0447
Reines Kautschuck	0,0406	0,0404	0,0407

und resp. für Luft bei derselben Schwingungsdauer

0,0445,	0,0448
0,0404,	0,0403.

Wenn also dabei eine Leitung stattfinden sollte, so reichte die Methode nicht dazu, um dieselbe wahrzunehmen.

12. Ich versuchte auch zu ermitteln, ob eine isolirende Substanz, die sich neben der Inductionsrolle befindet, einen Einfluß auf die elektrischen Schwingungen in der letzteren hat. Die Voraussetzung über die Möglichkeit eines solchen Einflusses war schon von Helmholtz in der im §. 1 erwähnten Abhandlung ausgesprochen. Zu diesem Zwecke war die primäre Rolle mit einem Cylinder aus Schwefel umgeben und ein massiver Schwefelcylinder in die neben-gestellte secundäre Rolle eingeschoben. Die beiden Rollen waren auf 11 Millim. von einander entfernt und standen so, daß ihre Axen zusammenfielen. Der Raum zwischen den Rollen war auch mit Schwefel gefüllt. Die Größen der elektrischen Schwingungen ohne und mit Schwefel wurden mehrmals mit einander verglichen und dabei kein Unterschied bemerkt in den Gränzen der möglichen Genauigkeit, d. h. bis auf $\frac{1}{20}$ einer Schraubentheilung des Unterbrechers. Die beobachteten Größen der Schwingungsdauer gingen von 34,0 bis 220,0 Schraubentheilungen und folglich war die Genauigkeit von 0,14 Proc. bis 0,023 Proc. der beobachteten Werthe.

Ebenso konnte nicht die von Blaserna¹⁾ bemerkte Verspätung inducirter Ströme in Gegenwart verschiedener Isolatoren wahrgenommen werden, bei einer Genauigkeit bis auf eine halbe Schraubentheilung. Der Abstand der Rollen war dabei 11 Millim.; die von Blaserna gegebene Fortpflanzungsgeschwindigkeit der elektrodynamischen Wirkung in Schwefel ist 52 Meter in einer Secunde; folglich müßte für den oben erwähnten Abstand die Verspätung des Anfangs des Stromes etwa 0,0002115 Sec. seyn, d. h. 168,7 Schraubentheilungen des Apparats und somit mit der von mir benutzten Methode und bei der angeführten Genauigkeit bemerkt worden seyn.

Uebrigens könnten vielleicht die von Blaserna beobachteten Erscheinungen dadurch erklärt werden, daß bei seinen Versuchen die Anwesenheit des Isolators die elektrostatische Ladung der Rollen sich änderte und daß möglicherweise dadurch die Intensität des Stromes im ersten Moment seiner Entstehung verkleinert wurde.

13. Die in diesem Aufsatz beschriebenen Versuche lassen also zu den folgenden Schlüssen kommen.

a) Die Helmholtz'sche Methode giebt ein scharfes Mittel zur experimentellen Prüfung der theoretischen Gesetze der elektrischen Schwingungen und führt zu mannigfaltigsten Maafsbestimmungen in diesem Gebiete.

b) Die Schwingungsdauer oscillirender Ströme wächst proportional der Quadratwurzel aus dem Potential des Stromes auf sich selbst und der sämtlichen Capacität der Rolle und des eingeschalteten Condensators.

c) Die Leitungsfähigkeit der oscillirenden Schichten einer Rolle hat einen erheblichen Einfluß auf die Dämpfung der elektrischen Schwingungen in derselben. Die Dämpfung folgt übrigens dem in der Formel (3c) ausgesprochenen Gesetze.

d) Die Bestimmung der Schwingungsdauer oscillirender Ströme führt zur Vergleichung der Capacität der Conden-

1) Blaserna, *Sullo sviluppo e la durata delle correnti d'induzione*, Palermo. 1870.

satoren mit einander und der Potentiale der Rollen auf sich selbst.

e) Dieselben Bestimmungen geben die Möglichkeit, Dielektricitätsconstanten bei sehr kurzer Ladungsdauer zu messen. Aus solchen Messungen ergiebt es sich, daß die Dielektricitätsconstanten bei kleinerer Ladungsdauer, kleiner werden.

f) Die Bestimmung der Dämpfung oscillirender Ströme giebt die Möglichkeit, die Leitungsfähigkeit schwach leitender Körper zu messen.

Berlin, Ostern 1874.

III. Ueber die Reflexion des Lichts an der Oberfläche isotroper Körper; von G. Lundquist.

(Schluß von S. 412.)

III. Reflexion des Lichts an unvollkommen durchsichtigen und nicht metallischen Körpern.

Nach der Entdeckung des Hrn. Airy, daß die Reflexion des Lichts am Diamant elliptische Polarisation erzeugt, haben zwei englische Physiker, Powell¹⁾ und Dale²⁾ sich auf das experimentelle Studium des Phänomens dieser Art gelegt. Ihre Untersuchungen bestätigten für eine große Anzahl mehr oder weniger opaker Substanzen das Daseyn der elliptischen Polarisation in dem reflectirten Strahl. Die meisten dieser Körper enthielten freilich eine mehr oder weniger große Quantität von Metall, dem man ihre Eigenschaft, das Licht elliptisch zu polarisiren, zuschreiben

1) *Philosoph. Transact.* 1843, p. 35; 1845, p. 260 — 13th Report of Brit. Assoc. 1843.

2) 16th Report of Brit. Assoc. 1846.

konnte; allein dieses Phänomen zeigte sich auch bei Substanzen, die kein Metall enthielten, wie Tusche und Indigo.

Seitdem hat Hr. Jamin erkannt, daß alle Körper, unvollkommen, wie vollkommen durchsichtige, durch Reflexion die geradlinige Polarisation in elliptische verwandeln, hat auch gezeigt, daß die von Cauchy für vollkommen durchsichtige Körper aufgestellten Formeln ebenso gut für die Reflexion an wenig durchsichtigen gültig sind. Es ist jedoch zu bemerken, daß keine der von Hrn. Jamin untersuchten Substanzen zu denen gehört, welche das Phänomen der *Oberflächenfärbung* zeigen.

Diese merkwürdige Eigenschaft, welche sich bei einer großen Anzahl Körper findet, ist vorzugsweise von Haidinger¹⁾ und von Hrn. Stokes²⁾ untersucht worden. Aus ihren Untersuchungen geht hervor, daß sie zugleich die Eigenschaften der durchsichtigen Körper und die der Metalle besitzen, insofern nämlich, als sie sich gegen die Strahlen gewisser Farben wie metallische Substanzen verhalten, indem sie ihnen eine sehr elliptische Polarisation mittheilen und gegen die Strahlen anderer Farben wie durchsichtige Körper.

Für zwei zu dieser Gruppe gehörigen Körper, Indigo und Eisenglanz, hat Hr. Van der Willigen für verschiedene Theile des Spectrums die Constanten bestimmt, welche die Reflexion charakterisiren³⁾ und hat gefunden, daß der Hauptwerth des Einfallswinkels abnimmt mit der Wellenlänge für die Farben, denen gegenüber die Substanzen ein starkes Reflexionsvermögen zeigen d. h. sich wie die Metalle verhalten, daß aber dieser Werth für die übrigen Farben constant bleibt oder mit der Wellenlänge wächst. Diese experimentellen Gesetze wurden in noch ausgesprochener Weise bestätigt durch die Untersuchungen des Hrn. E. Wiedemann über die elliptische Polarisation bei der

1) Wien. Sitzungsber. 1852, VIII. S. 97, wo die meisten seiner Resultate aneinandergesetzt sind. — (Auch d. Ann. 1850, Bd. LXXX. S. 553).

2) Phil. Mag. 1853. (4), VI, p. 393. — (Auch d. Ann. 1853, Bd. XCI).

3) Pogg. Ann. 1862, Bd. CXVII, S. 464.

Reflexion an Anilinroth (Fuchsin) und Anilinviolett¹⁾. Unter einer großen Anzahl von Incidenzen hat er Messungen ausgeführt über die Richtung der Axen der Ellipse in dem reflectirten Strahl und über das Verhältniß dieser Größen, hat aber nicht die theoretischen Formeln mit den Resultaten der Erfahrung verglichen. Ein solcher Vergleich muß aber viel Interesse besitzen. Zwar ist im Voraus zu vermuthen, daß die für die Metallreflexion aufgestellten Formeln auch in genügender Weise gültig bleiben für die Beobachtungen, die an Substanzen mit Oberflächenfarben gemacht sind, sobald es sich um Farben handelt, denen gegenüber diese Substanzen sich wie Metalle verhalten; allein man darf nicht erwarten, eine solche Uebereinstimmung bei den übrigen Farben zu finden. Es ist wenigstens sehr leicht zu zeigen, daß bei der Reflexion an gewissen opaken Körpern Phänomene auftreten, von denen diese Formeln keine Rechenschaft geben.

In der That weiß man, daß wenn ein Strahl durch eine der Seitenflächen in ein Prisma eintritt und dann unter hinreichend großer Incidenz auf die Hypothenusenfläche fällt, die Gesammtheit des Lichtes reflectirt wird. Diefß Phänomen findet noch statt, wenn man die reflectirende Fläche mit Schichten gewisser opaker Substanzen bekleidet, und Wollaston hat, von dieser Eigenschaft ausgehend, den Brechungsindex dieser Substanzen zu bestimmen gesucht. Gesetzt nun, um die Ideen zu fixiren, die Schwingungen des einfallenden Strahls seyen winkelrecht zur Einfallsebene. Dann hat man zur Berechnung der Intensität des reflectirten Strahls den Ausdruck (55)

$$J_1^2 = \frac{(u + u')^2 + U'^2}{(u + u')^2 + U'^2},$$

welcher sich nur auf die Einheit reduciren läßt, wie es die totale Reflexion erfordert wenn man $u' = 0$ setzt. Nun muß man, um die Cauchy'schen Formeln herzuleiten, voraussetzen, wie wir es gezeigt haben, daß die Charak-

1) Berichte d. Sächs. Gesellsch. 1872. — (Diese Ann. Bd. 151, S. 1.)

teristische $k' + iK'$ des opaken Mittels, gegeben durch die Formel (57)

$$(k' + iK')^2 = (u' + iU')^2 + v^2$$

eine complexe constante Gröfse ist. Allein allemal wenn die totale Reflexion statt hat, zieht man aus dieser Relation

entweder $k' = 0$ oder vielmehr $K' = 0$.

Man sieht also, dafs wenigstens für die Substanzen, welche diefs Phänomen darbieten, die Charakteristische keine constante Gröfse ist und folglich sind hier die Cauchy'schen Formeln nicht anwendbar.

Um genauer zu erfahren, welche Ursachen die elliptische Polarisation des reflectirten Strahls bedingen, und besonders um zu ermitteln, bis wie weit die theoretischen Formeln von der Erfahrung bestätigt werden, begann ich vor zwei Jahren einige Untersuchungen über die Reflexion an der Oberfläche verschiedener opaker Substanzen, besonders des Fuchsin, da Hrn. Christiansen's merkwürdige Entdeckung der anomalen Dispersion meine Aufmerksamkeit auf die optischen Eigenschaften dieser Substanz hingelenkt hatte. Ich untersuchte es in fester Form, abgelagert auf die Hypothenusenfläche eines Glasprismas, so dafs die Reflexion an der gemeinschaftlichen Fläche beider Körper stattfand. Die ersten Prismen, die ich anwandte, obwohl sehr gut zu anderen Zwecken, liefsen jedoch für Versuche dieser Art viel zu wünschen übrig, und es war erst im letzten Sommer, nachdem ich mir zwei neue, zu diesem Zweck von den HH. Steinheil construirte Prismen verschafft hatte, dafs ich hinreichend genaue Resultate erhielt, die ich hier aufführen werde.

A. Messung des Verhältnisses der Amplituden und der Phasendifferenz.

Das zu diesen Versuchen angewandte Instrument ist von gleicher Construction wie dasjenige, dessen sich Hr. Jamin bei seinen Untersuchungen über die durchsichtigen Körper bediente, und daher wird es nicht nöthig seyn, hier

eine vollständige Beschreibung desselben zu geben; einige Details werden hinreichen.

Da die beiden zum Instrument gehörenden Nicol'schen Prismen eine zu große Ablenkung des durchgelassenen Strahls bewirkten, so wurden sie ersetzt durch zwei andere von vollkommenerer Construction. Bei dem neuen Polarisator, dessen Länge 62 Mm. beträgt, stieg nämlich die Ablenkung höchstens auf 3 Minuten und bei dem Zerleger, der eine Länge von 49 Mm. misst, ist sie fast unmerklich. Der angewandte Compensator hat den Mangel, daß sich die centrale Franse ein wenig verschiebt, wenn man das Azimuth des auf diesen Apparat einfallenden polarisirten Strahls verändert. Für gleiche Werthe und entgegengesetzte Zeichen dieses Azimuths bietet indeß auch diese Verschiebung gleiche Werthe und entgegengesetzte Zeichen dar, so daß man den aus dieser Verschiebung entsprechenden Fehler aus den Mitteln verschwinden lassen kann.

Offenbar ist es bei diesen Untersuchungen nothwendig, die Reflexion der verschiedenen Farben einzeln zu studiren. Zu dem Ende versuchte ich anfangs ein Verfahren, das mir von Hrn. Ångström vorgeschlagen war. Man läßt auf die reflectirende Fläche weißes und planpolarisirtes Licht fallen und fängt den reflectirten Strahl, nachdem er durch den Compensator und das Nicol-Ocular gegangen ist, mit einem Spectroskop von gerader Durchsicht (*à vision directe*) auf. Die geradlinige Polarisation der verschiedenen Farben wird wieder hergestellt durch die seitlichen Theile des beweglichen Prisma des Condensators. Obgleich die vorläufigen Versuche im Allgemeinen ziemlich gut gelangen, so wurde ich doch genöthigt diese Methode zu verlassen, weil mein Instrument zu biegsam war, um das Gewicht des Spectroskops, selbst des leichtesten, das mir zu Gebote stand, ohne Nachtheil zu tragen.

Diese Methode ähnelt derjenigen, deren sich Hr. E. Wiedemann bei seinen Untersuchungen über diesen Ge-

genstand bediente. Sie weicht besonders darin von ihr ab, daß bei seinem Apparat das reflectirte Bündel auf den Zustand geradliniger Polarisation zurückgeführt wird mittelst einer Glimmerplatte von einer Viertelwelle.

Die Versuche, deren Resultate ich nun auseinander setzen werde, sind angestellt mit Hülfe eines Verfahrens, welches von Hrn. Jamin bei seinen Untersuchungen über die Farben der Metalle und von Hrn. Van der Willigen angewandt worden ist. Ein sehr dünnes Bündel Sonnenlicht wird von einem Heliostat in horizontaler und fester Richtung zurückgesandt und nun aufgefangen erst von einer achromatischen Linse und dann von einem ins Ablenkungsminimum gestellten Flintglas, wodurch man ein reines Spectrum, in welchem man eine beträchtliche Anzahl Linien sieht, erhält. Dieß Prisma ist verschiebbar auf einem Lineal in der Richtung des einfallenden Strahls, so daß man successive alle einfachen Strahlen auf den Polarisator fallen lassen kann. Nachdem es durch diesen Nicol gegangen, wird das einfallende Bündel vor seiner Reflexion aufgefangen in einem Spectroskop, wo die Welle mit hinreichender Genauigkeit bestimmt wird. Die Analyse der reflectirten Strahlen geschieht auf bekannte Weise mittelst des Compensators und des Nicol-Oculars.

Um die absoluten Werthe der Azimuthe des einfallenden und des reflectirenden Strahls zu erhalten, muß man die Nullpunkte der Azimuthalkreise bestimmen. Ich habe mich dazu eines von Hrn. Kurz ¹⁾ angegebenen Verfahrens bedient. Man läßt das vom ersten Nicol polarisirte Licht unter constanter Incidenz auf die polirte Oberfläche einer Platte von Kronglas fallen und beobachtet die Azimuthe des reflectirten Strahls für die verschiedenen Azimuthe des einfallenden Strahls.

Die beiden Messingröhren, in welche die Nicols eingelassen sind, tragen, um die Incidenzen zu schätzen, an ihren beiden Enden Fadenkreuze. Eine Kupferplatte, die in der Mitte einen lothrechten Schlitz von zweckmäßiger

2) Pogg. Ann. Bd. CVIII, S. 586.

Breite hat, befindet sich vor dem Compensator, um das Auge vor überflüssigem Licht zu schützen. Endlich ist zu bemerken, daß ich, da ich kurzsichtig bin, keine Linse nöthig hatte, um die vom Compensator erzeugten Fransen deutlich zu sehen.

Im Centrum des großen Kreises, der bei diesen Untersuchungen stets horizontal bleibt, ist ein kleines Lineal angebracht, das sich um die Axe des Instruments drehen läßt. Eine auf diesem Lineale verschiebbare Platte trägt ein Scheibchen mit Stellschrauben, auf welches die zu untersuchende Substanz gelegt wird. Diese Vorrichtung erlaubt, die reflectirende Fläche vertikal zu stellen und überdies dem Centrum des Kreises näher oder ferner zu bringen.

Die durch diese Versuche studirte Substanz war, wie schon gesagt, das *Fuchsin*. Es bekleidete die Hypothenusenfläche eines Kronglasprisma von 27^{mm},5 Höhe, welches zum Hauptschnitt ein gleichschenkliges rechtwinkliges Dreieck von einer 38^{mm},5 langen Basis hatte. Folgende Tafel giebt die Brechungsindexe der hauptsächlichsten Fraunhofer'schen Linien.

Linien	Brechungsindex
<i>B</i>	1,5117
<i>C</i>	1,5127
<i>D</i>	1,5154
<i>E</i>	1,5188
<i>F</i>	1,5218
<i>G</i>	1,5273
<i>H'</i>	1,5322.

In diesem Prisma zeigten sich auch die Phänomene der gekühlten Gläser, doch nur in einem verhältnißmäßig geringen Grade. Damit der Einfluß dieses Fehlers nicht merklich sey, wurden die Messungen der Phasendifferenz nicht auf Incidenzen über 62° ausgedehnt.

Das *Fuchsin* bestand hauptsächlich aus essigsauerm Rosanilin, gemengt mit einer gewissen Quantität arsenigsauren Rosanilins. Die Lösung dieser Substanz in Weingeist wurde filtrirt und darauf abgedampft, bis sie einen

Metallglanz reflectirte; dann liefs man sie erkalten. Hierauf gofs man eine kleine Menge derselben auf die Hypothenusenfläche eines wohl gereinigten Prisma, auf welche zarte Streifen von Paraffin gezogen waren, um die so erhaltene dünne Schicht zu begränzen, die man nun vollständig eintrocknen liefs. Sie ist nur für rothes Licht von grofser Intensität durchdringlich. Wenn derselbe Procefs ein oder zwei Mal wiederholt wird, bekommt man eine vollkommen opake Schicht. Man mufs sie nicht sogleich anwenden, weil die Reflexionsconstanten anfangs ziemlich beträchtlichen Veränderungen ausgesetzt sind. Um diesen Veränderungen während der Beobachtungen möglichst zuvorzukommen, habe ich, vor Beginn derselben, das Fuchsin mit einer Schicht Asphaltfirnis überzogen. Ich habe auch Versuche mit reinerem essigsauerm Rosanilin angestellt, allein die Oberflächen nehmen bald ein krystallinisches Ansehen an und dann kann man sie nicht mehr gebrauchen.

Um für eine gegebene Incidenz α die Lage der Alhidade, welche den Zerleger trägt, rasch zu erhalten, habe ich mittelst der Formel

$$\beta = 45^\circ + \text{Arc sin}[\mu \sin(\alpha - \sin 45^\circ)]$$

eine Tafel berechnet, welche für successive Incidenzen die Werthe des Winkels 2β giebt, den der ausfahrende Strahl des Prismas, auf welchem das Fuchsin ausgebreitet ist, mit dem auf dasselbe Prisma einfallenden Strahl macht. Sey φ_1 die Ablesung auf dem horizontalen Kreis am Nonius des Zerlegers, wenn der unter irgend einer Incidenz reflectirte Strahl durch ihn geht und φ_0 diese Ablesung, wenn das einfallende Licht direct vom Zerleger aufgefangen wird, ohne sich zu reflectiren. Alsdann berechnet sich φ_1 für eine gegebene Incidenz durch die Formel

$$\varphi_1 = \varphi_0 \pm (2\beta - 180^\circ),$$

wo man das Zeichen $+$ oder $-$ zu nehmen hat, je nachdem der einfallende Strahl vermöge der Reflexion rechts oder links abweicht.

Die Beobachtungen wurden ausgeführt an den Fraunhofer'schen Linien *B*, *C*, *D*, *E*, *F* und ausserdem an zwei

anderen, einer im Indigo und einer im Violett liegenden, bezeichnet weiterhin mit I und V .

Die Resultate der Versuche sind in folgenden Tafeln angegeben, worin bezeichnet

- α den Einfallswinkel,
- A den Hauptwerth von α
- ϑ das Azimuth des einfallenden Strahls,
- ϑ_1 das Azimuth des reflectirten Strahls, nach wiederhergestellter Polarisation,
- θ den Werth, den ϑ_1 annahm, als ϑ gleich 45° war,
- Θ den Hauptwerth von θ ,
- n die Zahl, welche die Lage des Mikrometers des Compensators angiebt, wenn man als Ausgangspunkt die Lage nimmt, worin der Compensator keine Phasendifferenz bewirkt,
- N den Werth von n für eine Phasendifferenz von einer Viertelwelle,
- d die durch die Reflexion hervorgebrachte Phasendifferenz zwischen den beiden Componenten der reflectirten Vibration, dabei die Länge einer Viertelwelle als Einheit genommen.

Die beobachteten Werthe von ϑ_1 und n sind entweder in den zweiten und vierten oder in den dritten und fünften Columnen angegeben, je nachdem der einfallende Strahl durch Wirkung der Reflexion rechts oder links abwich.

Die darin gegebenen Zahlen sind übrigens unter den meisten Incidenzen die Mittel der Bestimmungen, die zweien und entgegengesetzten gleichen Werthen von ϑ entsprechen. Bemerken wir außerdem, daß die Versuche so angeordnet waren, daß die Endmittel von ϑ_1 und n , welche nicht in den Tafeln gegeben sind, betrachtet werden können als geliefert von gleichzeitigen Beobachtungen für die verschiedenen Farben. Wohl verstanden hat man sich dieser letzten Mittel bedient, um die Werthe von α und θ zu bestimmen. Sind diese Werthe graphisch dargestellt, so werden die Größen A und Θ durch eine sehr leichte Interpolation bestimmt.

In diesen Tafeln findet man die beobachteten Resultate den berechneten gegenüber gestellt. Für die Linien *D*, *E*, *F*, *I* sind sie aus den für die Metallreflexion aufgestellten Formeln (63), (68) und (69) abgeleitet, die Werthe von c und γ sind mittelst der Relationen (71) und (72) berechnet.

Für die Linie *C* ist die Rechnung mittelst der für durchsichtige Mittel aufgestellten Formeln (26) und (29) durchgeführt. Um die Genauigkeit zu erhöhen, sind die meisten Beobachtungen zur Herleitung der Werthe von μ und α angewandt.

Die für die Linie *B* gegebenen Werthe sind mittelst der einen und der anderen Formelgruppe gegeben.

T a f e l I.
Reflexion, in Kronglas, an Fuchsin.

Linie B.

$$N = + 8,92$$

$$\lambda = 686,7$$

$$\vartheta = 75^\circ$$

a	ϑ_1		n		θ			d			
	rechts	links	rechts	links	beob.	ber. (1)	ber. (2)	Diff. (1)	ber. (1)	ber. (2)	Diff. (2)
35°	58° 54' 59"	24° 44'	0,16	0,18	24° 10'	24° 44'	24° 53'	-34'	-0,019	-0,009	-0,010
39	51 52 52	8	0,19	0,12	18 56	19 14	19 18	-18	-0,017	-0,014	-0,003
44	36 14 37	26	0,20	0,11	11 21	11 31	11 47	-10	-0,017	-0,015	-0,027
47	21 44 24	22	0,52	0,13	6 30	6 34	6 40	-3	-0,036	-0,020	+0,017
49	10 12 12	4	1,59	0,93	3 1	3 14	3 20	-13	-0,141	-0,026	-0,108
50	4 42 4	6	4,30	2,85	1 11	1 36	1 42	-25	-0,401	-0,165	-0,211
51	2 14 1	21	9,28		0 29	0 37	0 52	-8	-1,040	-0,178	-0,190
52	7 48 7	42	16,73	15,99	2 5	2 0	1 46	+5	-1,834	-0,020	-1,788
53	13 28 13	25	17,32	17,07	3 40	3 39	3 19	+1	-1,928	-0,028	-1,890
55	23 40 23	41	17,63	17,30	6 42	6 56	6 38	-14	-1,938	-0,009	-1,944
58	37 47 36	50	17,81	17,62	11 32	11 45	11 31	-13	-1,986	-0,015	-1,967
61	46 53 46	14	17,87	17,62	15 48	16 18	16 5	-30	-1,989	-0,009	-1,975

$$\alpha = 0,010$$

$$\gamma = 0^\circ 43'$$

$$\left\{ \begin{array}{l} (1) \mu = 1,230 \\ (2) c = 1,233 \end{array} \right.$$

$$\vartheta = 0^\circ 36'$$

$$\Lambda = 50^\circ 52'$$

T a f e l II.
Linie C.

$$N = + 8,51$$

$$\lambda = 656,2$$

$$\vartheta = 75^{\circ}$$

α	ϑ_1		n		θ			d	
	rechts	links	rechts	links	beob.	berechn.	Diff.	beob.	berechn.
35° 0'	60° 6'	60° 10'	0,18	0,18	25° 1'	25° 23'	-22'	-0,021	-0,008
39	53 0	52 58	0,16	0,19	19 34	20 5	-31	-0,021	-0,011
44	38 24	38 50	0,23	0,24	12 5	12 35	-30	-0,027	-0,019
47	26 28	25 56	0,35	0,20	7 31	7 46	-15	-0,032	-0,032
49	15 12	15 27	0,42	0,31	4 12	4 28	-16	-0,043	-0,055
50	10 6	8 49	1,02	0,32	2 34	2 48	-14	-0,079	-0,079
51	3 7	3 0	2,70	1,68	0 49	1 10	-21	-0,257	-0,214
51 30	1 56	1 5			0 24	0 28	-4		-0,604
52	3 10	2 39	13,30	13,04	0 47	0 41	+6	-1,547	-1,623
53	8 22	9 38	16,12	16,45	2 26	2 16	+10	-1,913	-1,893
55	19 31	20 17	16,87	16,77	5 32	5 33	-1	-1,977	-1,957
58	33 42	34 12	16,98	16,87	10 14	10 21	-7	-1,989	-1,978
61	44 6	44 41	17,07	16,87	14 42	14 57	-15	-1,994	-1,986

$$\kappa = 0,006$$

$$\mu = 1,264$$

$$\Theta = 0^{\circ} 24'$$

$$A = 51^{\circ} 30'$$

T a f e l III.

Linie D.

$N = -7,57$

$\lambda = 589,2$

$\vartheta = 65^{\circ}$

α	ϕ_1		n		θ			d		
	rechts	links	rechts	links	beob.	berechn.	Diff.	beob.	berechn.	Diff.
35° 0'	48° 38'	48° 36'	—	0,50	27° 53'	28° 16'	—23'	0,064	0,079	—0,015
40	41 22	41 13	—	0,98	22 17	22 40	—23	0,121	0,125	—0,004
44	33 48	33 44	—	1,54	17 19	17 42	—25	0,189	0,188	+0,001
48	25 8	25 12	—	2,48	12 21	12 32	—11	0,310	0,305	+0,005
51	18 35	18 53	—	3,95	8 59	9 2	—3	0,496	0,480	+0,016
53	14 46	15 30	—	5,37	7 11	7 17	—6	0,692	0,684	+0,008
54	13 56	14 58	—	6,42	6 51	6 46	—5	0,829	0,821	+0,008
55	13 40	14 18	—	7,23	6 37	6 35	—2	0,973	0,970	+0,003
55 12	13 22	13 37	—	7,53	6 23	6 36	—13	0,990	0,996	—0,006
56	14 14	15 19	—	8,49	7 0	6 47	+13	1,111	1,120	—0,009
57	15 3	15 45	—	9,41	7 19	7 18	—1	1,233	1,255	—0,022
59	18 32	19 2	—	10,81	9 1	9 3	—2	1,439	1,459	—0,020
61	22 49	23 52	—	11,89	11 22	11 20	—2	1,578	1,590	—0,012

$r = 8^{\circ} 56'$

$c = 1,4221$

$\Theta = 6^{\circ} 36'$

$A = 55^{\circ} 12'$

T a f e l I V.

Linie E.

$$N = -6,70$$

$$\lambda = 526,9$$

$$\vartheta = 65^{\circ}$$

α	ϕ_1		n		θ			d		
	rechts	links	rechts	links	beob.	berechn.	Diff.	beob.	berechn.	Diff.
35° 0'	46° 58'	47° 1'	-1,33	-1,43	26° 34'	26° 47'	-13'	0,206	0,225	-0,019
39	41 19	41 55	-2,12	-2,16	22 30	22 44	-14	0,319	0,325	-0,006
44	34 5	35 14	-3,47	-3,50	17 52	18 12	-20	0,320	0,322	-0,002
47	30 50	32 44	-4,56	-4,62	16 7	16 22	-15	0,685	0,688	-0,003
49	30 20	31 31	-5,51	-5,52	15 37	15 44	-7	0,823	0,815	+0,008
50	29 49	31 16	-5,94	-5,96	15 23	15 37	-14	0,888	0,881	+0,007
51	30 20	31 54	-6,32	-6,40	15 43	15 39	+4	0,947	0,948	-0,001
51 34	30 25	32 7	-6,60	-6,64	15 49	15 44	+5	0,988	0,986	+0,002
52	30 35	32 3	-6,75	-6,79	15 50	15 50	0	1,011	1,014	-0,003
53	30 58	32 39	-7,25	-7,22	16 8	16 9	-1	1,080	1,077	+0,003
55	33 7	34 2	-8,01	-7,98	17 12	17 7	+5	1,193	1,195	-0,002
58	36 36	36 46	-9,00	-8,99	19 9	19 13	-4	1,335	1,341	-0,006
61	40 13	40 49	-9,80	-9,71	21 44	21 46	-2	1,456	1,457	-0,001

$$\gamma = 19^{\circ} 53'$$

$$c = 1,1784$$

$$\theta = 15^{\circ} 48'$$

$$A = 51^{\circ} 48'$$

T a f e l V.

Linie F.

 $N = - 6,13$ $\lambda = 486,0$ $\vartheta = 65^\circ$

α	ϕ_1		n		θ		d	
	rechts	links	rechts	links	beob.	berechn.	beob.	berechn.
35° 0'	40° 42'	40° 46'	-2,18	-2,21	21° 53'	22° 10'	0,358	0,361
39	35 40	35 56	-3,41	-3,52	18 35	18 39	0,566	0,558
42	33 56	34 13	-4,49	-4,85	17 31	17 22	0,762	0,750
44	33 12	34 20	-5,41	-4,93	17 19	17 21	0,891	0,887
45	33 39	34 42	-5,74	-5,88	17 34	17 36	0,948	0,953
45 30	33 51	34 46	-5,98	-6,09	17 39	17 47	0,985	0,984
46	34 42	35 24	-6,18	-6,25	18 7	18 0	1,014	1,015
47	35 27	36 20	-6,51	-6,67	18 39	18 33	1,075	1,075
48	36 32	37 7	-6,87	-6,98	19 15	19 11	1,130	1,129
50	38 10	39 6	-7,42	-7,63	20 26	20 43	1,228	1,225
53	41 50	42 44	-8,21	-8,39	22 59	23 21	1,354	1,340
56	45 46	46 58	-8,74	-8,89	26 4	26 4	1,438	1,429
60	48 24	50 25	-9,30	-9,46	28 33	29 29	1,531	1,521

 $\gamma = 18^\circ 26'$ $c = 0,9249$ $\theta = 17^\circ 54'$ $\Lambda = 45^\circ 45'$

Abgeleitet aus den Beobachtungen: $41^{\circ} 36'$ $9^{\circ} 0'$
 Angewandt in der Rechnung: $41\ 48$ $8\ 36$
 $c = 0,874$ $\gamma = 7^{\circ} 37'$

Tafel VII.

Linie V.

$$N = -5,25$$

$$\lambda = 422,6$$

$$\vartheta = 65^{\circ}$$

α	ϑ_1		n		θ		d
	rechts	links	rechts	links	beob.	beob.	
35°	39° 30'	34° 54'	— 1,36	— 1,57	19° 30'	0,28	
39	27 30	26 18	— 2,10	— 2,52	13 18	0,44	
41	10 18	10 0			4 48		
42	8 6	11 6			4 30	1,08	
43	8 48	9 6	— 7,56	— 5,67	4 12	1,43	
44	9 18	11 12	— 9,77	— 7,45	4 48	1,83	
45	12 24	11 6	— 10,29	— 9,76	5 30	1,91	
47	17 30	16 54	— 10,34	— 9,24	8 12	1,86	
50	27 30	26 0	— 10,39	— 9,87	13 12	1,93	
53	36 6	38 24	— 9,97	— 10,34	19 30	1,94	
57	45 42	47 6	— 10,03	— 9,92	26 6	1,90	
61	52 42	52 36	— 9,92	— 10,08	31 24	1,90	

$$\Theta = 4^{\circ} 36'$$

$$\Lambda = 41^{\circ} 36'$$

Die Werthe von A und Θ für die beobachteten Linien finden sich in folgender Tafel vereint.

Tafel VIII.

Linien							
	B	C	D	E	F	J	V
A	50° 52'	51° 30'	55° 12'	51° 48'	45° 45'	41° 36'	41° 36'
Θ	0 36	0 24	6 36	15 48	17 54	9 0	4 36
μ_0	1,230	1,264	1,405	1,108	0,877	0,864	

Aus dieser Tafel ersieht man, daß das Hauptazimuth vom Violett zum Blau wächst, darauf abnimmt bis zu Anfang des Roth, wo es Null wird, und nun gegen das äußerste Roth wiederum etwas steigt. Die Hauptincidenz, fast constant im Violett, wo die Ellipticität des reflectirten Lichts verhältnißmäßig klein ist, wächst vom Indigo zum Orange, d. h. in demjenigen Theil des Spectrums, welcher die Strahlen einschließt, welchen das Fuchsin eine deutliche elliptische Polarisirung einprägt, erreicht ihren größten Werth bei der Linie D , um darauf im Rothen abzunehmen. Man findet hier dasselbe Gesetz wieder, welches Hr. Van der Willigen, gestützt auf seine Versuche mit Indigo und Eisenglanz, ausgesprochen hat. Die folgenden Zahlen zeigen, daß der Punkt des Spectrums, bei welchem die Hauptincidenz ihr Maximum erreicht, mit der Linie D zusammenfällt.

	586,5	7° 16'	1,002
55° 12' D	589,2	6 23	0,990
	591,8	5 46	1,003.

Die Tafel VIII enthält auch die berechneten Werthe des Brechungsindex beim Uebergang vom Kronglas in das Fuchsin für den Fall der normalen Incidenz. Er ist hergeleitet für die Linien D , E , F , J aus der Formel (73)

$$\mu_0 = c \cos S.$$

Die dabei entstehende Dispersion ist normal und sehr beträchtlich.

Linien

V

41° 36'
4 36

azimuth
zu An-
fängerste
ast con-
Lichts
Orange,
e Strah-
e ellip-
Werth
n. Man
an der
go und
den zei-
Haupt-
zusam-

Werthe
nglas in
Er ist
nel (73)

nd sehr

Die Tafeln I und II zeigen, daß das Fuchsin sich im vorliegenden Fall gegenüber den rothen Strahlen wie eine Substanz mit *negativer Reflexion* verhält. Diefes Phänomen kann sich also an der Oberfläche zweier Substanzen im starren Zustand selbst für einen Index darbieten, der größer als Eins ist. Wenn dagegen die Reflexion am Fuchsin in der Luft stattfindet, ist sie für alle Farben positiv, wie Hr. E. Wiedemann gefunden hat. Die von ihm für diesen Fall gefundenen Werthe von A und Θ sind in der vierten und siebenten Columnne der folgenden Tafel enthalten. Zur Erleichterung des Vergleiches habe ich in der zweiten und vierten Columnne die entsprechenden Größen nach meinen Beobachtungen aufgeführt.

Tafel IX.

Linien	A			Θ		
	Glas-Fuchsin		Luft-Fuchsin	Glas-Fuchsin		Luft-Fuchsin
	beob.	berechn.		beob.	berechn.	
<i>C</i>	51° 30'	56° 2'	66° 3'	0° 24'		4° 48'
<i>D</i>	55 12	56 34	65 45	6 36	15° 1'	12 41
<i>E</i> $\frac{1}{2}$ <i>b</i>	51 18	51 2	59 48	16 12	23 4	18 47
<i>F</i>	45 45	44 15	53 0	17 54	24 12	17 45
<i>F</i> $\frac{1}{2}$ <i>G</i>	41 48	38 26	50 23	10 48	1 46	1 9

Die berechneten Zahlen in dieser Tafel sind hergeleitet mittelst der Formeln, die wir weiterhin geben werden.

Ueberblickt man die Columnen der Unterschiede in den Tafeln III, IV und V, so sieht man, daß die Uebereinstimmung der beobachteten und berechneten Werthe bei den Linien *D*, *E*, *F* so vollständig wie möglich ist. Ueberdies muß man bemerken, daß die vereinfachten Formeln (80) und (81) diese Beobachtungen nicht mit hinlänglicher Genauigkeit ausdrücken. So z. B. geht aus den besagten Formeln hervor, daß das Minimum von Θ mit dem Hauptwerth dieses Winkels zusammenfallen müsse, was im vorliegenden Fall der Erfahrung nicht entspricht.

Für die Linie *J* sind die Unterschiede für die beobachteten und berechneten Werthe größer und für die Linie *V* habe ich die berechneten Werthe fortgelassen, weil sie mit den beobachteten nicht vereinbar sind. Dieser Mangel an Uebereinstimmung entspringt offenbar zum großen Theil aus Beobachtungsfehlern, die bei diesen beiden Farben, wegen geringer Intensität der reflectirten Strahlen, ziemlich beträchtlich waren; allein man muß sie auch dem Umstand zuschreiben, daß die theoretischen Formeln für diese Farben ihre Anwendbarkeit verlieren. Dieß läßt sich folgendermaßen erweisen. Setzt man Kürze halber in den Formeln (68) und (69)

$$\frac{\sin^2 \alpha}{r \cos \alpha} = \tan \varpi,$$

so kann man sie ersetzen durch diese:

$$\tan \varrho = \sin A \tan 2\theta; \quad \cos 2\varpi = \cos A \sin 2\theta \quad (82).$$

Bezeichnet χ immer Winkel gegeben durch den Ausdruck

$$\tan \chi = \frac{\tan \varpi}{\tan \alpha},$$

so zieht man aus den Gleichungen (63) die Formeln

$$\tan(2\gamma - \varrho) = \tan \varrho \cos 2\chi; \quad c = \sin \alpha \sqrt{\frac{\sin 2\varrho}{\sin 2(\varrho - \gamma)}} \quad (83).$$

Sind θ und A aus den Beobachtungen bekannt, so ergibt sich ϱ aus der ersten der Relationen (82) und daraus die Formeln (83) zur Berechnung der Werthe von c und γ für die verschiedenen Incidenzen. Diese Rechnung, ausgeführt für die Linien *E*, *J*, *V*, giebt die folgenden Resultate:

Tafel X.

Linie E			Linie J			Linie V		
α	$\log c$	γ	α	$\log c$	γ	α	$\log c$	γ
35° 0'	0,0767	18° 12'	35° 0'	9,938	8° 29'	35° 0'	9,970	12° 18'
39	0,0715	19 14	38	9,942	9 22	39	9,974	10 14
44	0,0703	19 20	40	9,943	8 50	41		
47	0,0717	19 31	41	9,936	8 5	42	9,948	3 55
49	0,0694	19 42	41 13	9,937	7 47	43	9,951	2 46
50	0,0703	19 31	42	9,940	8 6	44	9,954	1 2
51	0,0714	19 59	43	9,936	7 8	45	9,962	0 38
51 34	0,0704	19 58	45	9,943	6 54	47	9,973	1 33
52	0,0721	19 56	48	9,942	6 52	50	9,978	1 6
53	0,0708	19 50	52	9,946	6 46	53	9,975	1 15
55	0,0710	20 1	56	9,948	6 39	57	9,976	2 33
58	0,0730	20 2	60	9,949	6 27	61	9,978	2 50
61	0,0716	19 53						

Diese Tafel zeigt, daß die Größen c und γ für die Linie E beinahe constant sind und, wenn man auf die Beobachtungsfehler Rücksicht nimmt, kann man dasselbe von der Gröfse c für die beiden anderen Strahlen sagen; allein dieß gilt nicht von γ , welches abnimmt in dem Maafse als die Incidenz zunimmt.

Für die Linien B und C drücken die Zahlen, welche mittelst der für durchsichtige Körper aufgestellten Formeln berechnet sind, die Beobachtungen mit hinreichender Treue aus. Die Tafel I zeigt überdieß, daß die experimentell für die Linie B gefundenen Resultate auch mit hinreichender Annäherung durch die für die Metallreflexion aufgestellten Formeln ausgedrückt werden, obwohl, da die Reflexion negativ ist, die Auslöschung des gebrochenen Strahls nicht die Ellipticität dieses Strahls bedingen kann.

Aus diesem Vergleiche geht hervor, wie mir scheint, daß die für die Metallreflexion aufgestellten Formeln die Beobachtungen immer mit Genauigkeit ausdrücken, so lange die Incidenz größer ist als 50 Grad; daß sie aber auf Werthe dieser Incidenz kleiner als 45° nur anwendbar sind, wenn das Hauptazimuth beträchtlich genug ist.

Bei Berücksichtigung dieser Thatsachen wird man zu der Annahme geführt, daß die Ellipticität, welche Hr. Ja-

min bei mehren opaken Substanzen, wie Selen, Steinkohle, Anthracit, Asphalt, Gastheer usw. beobachtet hat ¹⁾, zum Theil der Auslöschung des gebrochenen Strahls zugeschrieben werden muß, obwohl er gezeigt hat, daß die Phänomene der Reflexion an diesen Substanzen durch die für durchsichtige Substanzen aufgestellten Formeln repräsentirt werden.

Wenn ein in einem durchsichtigen Mittel fortgeplanter Strahl auf die reflectirende Oberfläche einer opaken Substanz fällt, so werden Intensität und Polarisation des reflectirten Strahls nach der Cauchy'schen Theorie bestimmt mittelst der complexen Constante, die er die charakteristische nennt. Diese Constante ändert ihren Werth nicht, wenn das erste durchsichtige Mittel durch ein anderes ersetzt wird, sobald nur die opake Substanz dieselbe bleibt.

Ist λ die Wellenlänge im ersten durchsichtigen Mittel, λ_1 die im zweiten und sofort, so hat man (S. 402)

$$\frac{2\pi}{\lambda} c e^{i\gamma} = \frac{2\pi}{\lambda_1} c_1 e^{i\gamma_1} = \frac{2\pi}{\lambda_2} c_2 e^{i\gamma_2} \text{ usw.},$$

woraus

$$\gamma = \gamma_1 = \gamma_2 = \text{etc.} \quad . \quad . \quad . \quad (84)$$

und

$$\frac{c}{\lambda} = \frac{c_1}{\lambda_1} = \frac{c_2}{\lambda_2} = \text{etc.}$$

Diese letzteren Gleichungen lassen sich schreiben

$$c = \mu_1 c_1 = \eta_2 c_2 = \text{etc.},$$

wenn man durch μ_1 , μ_2 , usw. die Refraktionsindexe des zweiten, dritten usw. der durchsichtigen Mittel in Bezug auf das erste bezeichnet. Haben Versuche die Constanten A und θ für einen dieser Fälle gegeben, so können die Gleichungen (84) und (85) vereint mit den Formeln (71) und (72) dazu dienen, diese Größen für andere Fälle zu berechnen.

Hr. Quincke hat orangefarbenes Licht, welches sich in verschiedenen durchsichtigen Substanzen fortpflanzte, an Silber reflectiren lassen. Die Resultate seiner Messungen sind in folgender Tafel angegeben ²⁾. Daneben findet man

1) *Ann. de chim. et de phys.* (3) **XXIX**, p. 303; (3) **XXXI**, p. 179.

2) *Pogg. Ann. Bd. CXXVIII*, S. 561.

die nach dem beschriebenen Proceß berechneten Zahlen. Die über die Reflexion in Luft gemachten Beobachtungen sind dabei als Ausgangspunkte genommen.

Tafel XI. — Reflexion an Silber.

In:	μ	A		Θ	
		beob.	berechn.	beob.	berechn.
{ Wasser	1,000	74° 19'		43° 48'	
{ Luft	1,336	71 28	70° 17'	44 3	43° 52'
{ Terpenthinöl	1,474	69 16	68 59	43 21	43 54
{ Luft	1,000	74 50		43 20	
{ Flintglas	1,626	69 48	68 3	41 22	43 29
{ Luft	1,000	75 57		44 1	
{ Kronglas	1,514	69 5	70 23	42 28	44 5

Die Uebereinstimmung zwischen den beobachteten und berechneten Werthen ist nicht ganz genügend; erwägt man indeß, daß Bestimmungen dieser Art wegen des Mangels an Homogenität der Metalle nothwendig mit Fehlern behaftet seyn müssen, so muß man zugeben, daß die Unterschiede nicht so groß sind, um daraus einen Einwurf gegen die Cauchy'sche Theorie zu erheben.

Ausgehend von den Werthen der Constanten A und Θ , die bei der Reflexion in Luft an Fuchsin erhalten wurden, und in Tafel IX angegeben sind, habe ich mittelst derselben Formeln diese Größen für die Reflexion in Kronglas berechnet. Die Resultate dieser Rechnung befinden sich in derselben Tafel. Die Uebereinstimmung zwischen den berechneten Werthen der Hauptincidenz und den aus meinen Versuchen hervorgehenden ist für die Linien D , $E\frac{1}{2}b$, F vollständiger als man es erwarten sollte, da das zu den Versuchen angewandte Fuchsin nicht gleicher Art war in beiden Versuchsreihen. Bei den rothen Strahlen ist dagegen der Einfluß dieses Umstandes sehr hervorstechend.

c. Messung der Intensität.

Die vorstehenden Beobachtungen haben gezeigt, daß die für die Metallreflexion aufgestellten Formeln eben so

gut auf die Reflexion an Fuchsin anwendbar sind und aller Wahrscheinlichkeit nach auch im Allgemeinen auf die Reflexion an den Substanzen mit Oberflächenfarben, allemal, wenn es sich um Farben handelt, denen gegenüber diese Substanzen sich wie Metalle verhalten. Es war indeß nicht ohne Interesse, durch directe Messungen der Intensität der Strahlen eine andere Bestätigung dieser Formeln aufzusuchen.

Versuche dieser Art sind von Hrn. Jamin bei den Metallen angestellt. Das in dem Azimuthe 0° oder 90° polarisirte Lichtbündel wird mit einer, halb aus Glas, halb aus Metall bestehenden Platte so aufgefangen, daß es auf die Trennungslinie beider Theile fällt, und das reflectirte Bündel wird mittelst eines doppeltbrechenden Prismas analysirt. Man sieht dann in diesem Zerleger zwei Bilder, von denen jedes gebildet ist aus zwei Hälften, reflectirt die eine an Glas, die andere an Metall. Sucht man die Azimuthe, bei welchen zwei Hälften, eine von jedem Bilde, gleiche Intensitäten haben, so bestimmt man die Intensität des an Metall reflectirten Strahls im Verhältniß zu der des an Glas reflectirten, welche letztere mittelst der Fresnel'schen Formeln berechnet werden kann.

Ich habe diese Methode zur Messung der Intensität des am Fuchsin reflectirten Lichts geprüft. Einige Proben genügten indeß, mich von der Unmöglichkeit zu überzeugen, auf diese Weise befriedigende Resultate zu erlangen. Sicher muß man die Geschicklichkeit des berühmten Experimentators, der sie anwandte, besitzen, wenn nicht die Beobachtungsfehler ungeheuer werden sollen. Es ist nämlich äußerst schwierig, die Intensitäten zweier Hälften von nicht anliegenden Bildern gleich zu machen, weil die beiden anderen Hälften ganz verschiedene Intensitäten darbieten. Aus diesem Grunde habe ich die folgende Methode vorgezogen.

Ich habe mich zu diesen Versuchen desselben Instrumentes bedient wie zu den schon beschriebenen. Der Compensator und der polarisirende Nicol wurden entfernt und

letzterer ersetzt durch einen Collimator, dessen Schlitz, der horizontal gestellt ist, $1^{\text{mm}},5$ in Länge und $0^{\text{mm}},6$ in Breite hält und in dessen Röhre ein Rochon'sches Prisma befestigt ist. Beim Durchgang durch dieses Prisma spaltet sich das einfallende Bündel in zwei polarisirte Bündel, deren Polarisations Ebenen winkelrecht zu einander sind. Das Prisma ist so gestellt, daß diese beiden Bündel in einer selben Verticalebene liegen und sie nach dem Austritt aus der Collimatorlinse parallel sind. Wenn diese Bündel, deren Abstand etwa $2^{\text{mm}},5$ beträgt, mit dem Zerleger aufgefangen werden, geben sie im Gesichtsfeld eines kleinen, von derselben Alhidade getragenen Fernrohrs zwei rechteckige Bilder, welche sich berühren; und es hat keine Schwierigkeit, dasjenige Azimuth des Zerlegers zu finden, bei welchem diese Bilder gleich sind. Diefß muß in vier Lagen stattfinden, die in Bezug auf zwei Linien, eine horizontale und eine verticale, symmetrisch sind. Die Resultate der unter gleichen Umständen gemachten Beobachtungen weichen selten um mehr als einen Grad von einander ab, gewöhnlich um viel kleinere Größen.

Um diesen Apparat zu Intensitätsmessungen anzuwenden, bereitet man auf bekannte Weise ein reines Spectrum und fängt die Strahlen von der Farbe, die man studiren will, zunächst mit einem Nicol auf, dessen Axe zusammenfällt mit der Verlängerung des Collimators. Nachdem das Licht darin polarisirt ist, dringt es in den Collimator ein und man fängt die beiden, aus diesem austretenden Bündel zuvörderst direct mit dem Zerleger auf, um ihre Intensitäten gleich zu machen. Zu diesem Zweck stellt man den Hauptschnitt dieses Nicols in das Azimuth 45° , dreht darauf den Polarisator bis die beiden Bilder gleiche Intensitäten annehmen, und läßt den Polarisator in dieser Stellung während der Versuche. Nachdem diese Bestimmung gemacht ist, befestigt man das Kronglasprisma, dessen Hypotenusenfläche zur Hälfte mit einer Fuchsin-schicht überzogen ist, auf dem Tischchen mit Stellschrauben, das sich in der Mitte des horizontalen Kreises befindet. Stellt man

die reflectirende Fläche vertikal, so bringt man zugleich die Horizontallinie, welche das Fuchsin begränzt, in die Horizontalebene, welche durch die optische Axe des Zerlegers geht, so daß einer der einfallenden Bündel an Fuchsin und der andere an der Luft reflectirt wird. Die reflectirten Bündel werden im Zerleger aufgenommen und man bestimmt das Azimuth σ , bei welchem die Intensitäten gleich sind.

Bei den Untersuchungen, deren Resultate ich angeben werde, war das am Fuchsin reflectirte Licht immer in der Einfallsebene polarisirt. Ist R^2 die Intensität des an Luft reflectirten Lichts, so hat man, die Intensität des einfallenden Strahls als Einheit genommen

$$R^2 = \frac{\tan^2(\alpha - \alpha')}{\tan^2(\alpha + \alpha')} \quad \text{wenn } \alpha < \text{Arc sin } \frac{1}{\mu}$$

und

$$R^2 = 1 \quad \text{wenn } \alpha > \text{Arc sin } \frac{1}{\mu}.$$

Zur Berechnung der Intensität des am Fuchsin reflectirten Strahls erhält man also die Formel:

$$J_1^2 = R^2 \frac{\tan^2 \sigma}{\cos^4(\alpha - \beta)},$$

wo man, wie vorhin (S. 572), hat:

$$\beta = 45^\circ + \text{Arc sin } [\mu \sin(\alpha - 45^\circ)].$$

Die Resultate dieser Versuche, welche sich auf die Linien D , E , F beziehen, sind in den folgenden Tafeln enthalten. Man findet sie in der zweiten oder dritten Columnne, je nachdem der einfallende Strahl vermöge der Reflexion rechts oder links abweicht. Jede Bestimmung ist das Resultat von Beobachtungen an den vier Stellungen des Zerlegers.

Die berechneten Resultate in diesen Tafeln sind mittelst der für Metallreflexion aufgestellten Formeln (64) und (65) erhalten.

Tafel XII. Reflexion in Kronglas an Fuchsin.

Linie D.

α	σ			J_1°		
	rechts	links	Mittel	beob.	berechn.	Diff.
37°	64° 50'	65° 41'	65° 15'	0,067	0,065	+0,002
45	18 5	17 54	18 0	0,106	0,087	+0,019
51	19 42	20 8	19 55	0,132	0,111	+0,021
55	21 14	22 15	21 45	0,162	0,133	+0,029
59	23 14	23 7	23 10	0,190	0,162	+0,028
64	25 22	26 32	25 57	0,254	0,210	+0,044
71	29 12	29 28	29 20	0,367	0,311	+0,056
80	31 48	32 4	31 56	0,583	0,534	+0,049

A

Θ

Bei der Rechnung angewandt: 55° 12' 6° 36' (Taf. III).

Tafel XIII.

Linie E.

α	σ			J_1°		
	rechts	links	Mittel	beob.	berechn.	Diff.
37°	65° 16'	65° 20'	65° 18'	0,080	0,073	+0,007
44	18 49	19 40	19 15	0,122	0,095	+0,027
49	20 10	21 30	20 50	0,145	0,118	+0,027
51	21 19	22 52	22 6	0,166	0,130	+0,036
53	22 3	23 5	22 34	0,175	0,142	+0,033
58	25 51	26 18	26 5	0,247	0,182	+0,065
68	30 20	30 0	30 10	0,377	0,305	+0,072
80	33 48	33 32	33 40	0,670	0,581	+0,089

A

Θ

Bei der Rechnung angewandt: 51° 48' 15° 48' (Taf. IV).

Tafel XIV.

Linie F.

α	σ			J_1°				
	rechts	links	Mittel	beob.	ber. (1)	Diff. (1)	ber. (2)	Diff. (2)
37°	60° 44'	60° 36'	60 40'	0,057	0,067	-0,010	0,073	-0,016
42	17 10	15 40	16 25	0,087	0,086	+0,001	0,095	-0,008
45	18 42	17 37	18 9	0,107	0,101	+0,006	0,114	-0,007
47	20 2	19 44	19 53	0,131	0,112	+0,019	0,129	+0,002
50	21 26	21 2	21 14	0,152	0,133	+0,019	0,155	-0,003
55	24 14	24 5	24 9	0,205	0,178	+0,027	0,210	-0,005
66	31 26	29 58	30 42	0,385	0,325	+0,060	0,377	+0,008
80	34 12	33 48	34 0	0,692	0,641	+0,051	0,685	+0,007

Bei der Berechnung angewandt: 1) 45° 45' 17° 54' (Taf. V).
2) 43 42 17 54

Aus diesen Tafeln ersieht man, daß die Genauigkeit der Messungen ziemlich genügend ist, denn die Intensität wächst regelmässig mit der Incidenz. Andererseits zeigen die Columnen der Differenzen, daß die berechneten Zahlen immer kleiner sind, als die beobachteten, wenn die Hauptwerthe der Incidenz und des Azimuths, welche bei der Rechnung als Ausgangspunkt genommen wurden, diejenigen sind, welche aus den vorhin (Taf. VIII, S. 582) beschriebenen Versuchen hervorgehen. Es ist indess daran zu erinnern, daß bei diesen letzten Beobachtungen das einfallende Bündel an den mittleren Theilen der Fuchsinfläche reflectirt wurde, während bei den eben erwähnten Beobachtungen die Reflexion ganz nahe am Rande der Fuchsinnschicht geschah, wo der Molecularzustand nicht derselbe seyn kann, wie in der Mitte der Schicht. Folglich ist es sehr wahrscheinlich, daß in diesen beiden Fällen die Werthe von A und θ nicht mehr identisch sind, und daß hiervon der angegebene Unterschied zwischen den beobachteten und berechneten Werthen herrührt.

Ich habe noch nicht Gelegenheit gehabt, die Werthe der Reflexionsconstanten, welche meinen Beobachtungen entsprechen, direct zu bestimmen; allein, um zu zeigen, daß die theoretischen Formeln diese Resultate mit Genauigkeit

präsen
berech
sieht a
diese
überein
Werth
denen
nungen
Au
hervor
des r
mufs.
maler
blaues,
findet.
schwa
man d
ches
hin be
die In
weifs
Erfahr

e. Re

W
wenig
in dem
größer
einfall
gleich
des d
ten, s
denen
eine s
Grün
Poggen

präsentiren können, habe ich mittelst dieser Formeln die berechneten Werthe (2) für die Linie *F* hergeleitet. Man sieht aus der entsprechenden Columnne der Differenzen, daß diese Zahlen vollständig mit den experimentellen Resultaten übereinstimmen. Der bei dieser Rechnung angewandte Werth von *A* weicht nur zwei Grad von dem oben gefundenen ab und Θ hat denselben Werth in beiden Rechnungen.

Aus den Beobachtungen in vorstehenden Tafeln geht hervor, daß, wenn das einfallende Licht weiß ist, die Farbe des reflectirten Strahls sich mit der Incidenz verändern muß. In der That findet man, daß das Fuchsin bei normaler Incidenz mehr grünes und gelbes Licht reflectirt als blaues, während bei Incidenz von 80° das Umgekehrte stattfindet. Erwägt man, daß Roth und Violett nur zu einem schwachen Theil in das reflectirte Licht eintreten, so kann man daraus schließen, daß die Farbe des Fuchsin, welches auf Glas ausgebreitet ist und durch diese Substanz hin betrachtet wird, sich vom Grün in Blau verändert, wenn die Incidenz zunimmt, um bei der streifenden Incidenz weiß zu werden. Dieser Schluß stimmt vollkommen mit der Erfahrung.

e. Relation zwischen dem Reflexions- und dem Absorptionsvermögen.

Wenn ein Lichtbündel mit der polirten Oberfläche einer wenig durchsichtigen Substanz aufgefangen wird, so ist die in den Körper eindringende Lichtmenge desto kleiner, je größer das Reflexionsvermögen desselben ist. Wenn das einfallende Licht weiß ist und das Reflexionsvermögen ungleich für die verschiedenen Farben, so muß das Spectrum des durchgelassenen Lichtes Maxima und Minima darbieten, selbst wenn die Extinctionscoefficienten der verschiedenen Strahlen gleich wären. Wäre z. B. die Substanz eine sehr dünne Fuchschicht, so würde man in dem Grün und Blau des Spectrums ein schwarzes Band sehen,

weil dieser Körper für diese Farben ein starkes Reflexionsvermögen besitzt. Alles dieses ist klar und auch von der Erfahrung bestätigt. Allein Hr. Stokes ¹⁾ hat überdies gefunden, daß das Spectrum des von der Lösung einer opaken Substanz durchgelassenen Lichtes auch dunkle Bänder zeigt, entsprechend den Farbenstrahlen, welche die Substanz im starren Zustand am stärksten reflectirt, und dießs Phänomen zeigt sich sogar, wenn die Lösung so verdünnt ist, daß der Einfluß, welchen die gelöste Substanz auf die Reflexion ausübt, fast unmerklich ist.

Dadurch ist indess nicht vollkommen erwiesen, daß die beobachteten Bänder gänzlich von der Absorption herrühren, denn ein Lichtbündel schwächt sich auch beim Durchgang durch ein Mittel durch innere Diffusion, und wenn ein Mittel diese Eigenschaft in ausgezeichnetem Grade besitzt, kann der Effect sehr merklich werden. Um das besagte Phänomen unter diesem Gesichtspunkt zu untersuchen, habe ich folgenden Versuch gemacht. Ein kubisches Glasgefäß, dessen Seite 2 Decimeter maß, wurde mit einer wässerigen verdünnten Fuchsinlösung gefüllt. Auf eine der Seitenflächen projecirt man ein reines Spectrum ganz dicht an der Oberfläche der Flüssigkeit, so daß man, von oben herab, das Licht in dieselbe eindringen sehen kann. Die rothen Strahlen durchdringen sie ohne Schwierigkeit, allein in dem Maasse man mit dem Spectrum vorrückt, wird die Absorption immer energischer und so wie man jenseits der Linie *D* ist, unterscheidet man keine Spur mehr von eingedrungenem Licht. In den blauen und violetten Theilen sendet die oberflächliche Schicht einen röthlichen Schimmer aus, der indess nicht diffuses Licht ist, sondern von Fluorescenz herrührt.

Es scheint demnach, daß in den meisten Fällen die Absorption die Ursache der dunklen Bänder ist, die man in dem Spectrum des von Lösungen opaker Substanzen durchgelassenen Lichts beobachtet. Da man keinen Grund zu der Voraussetzung hat, daß es anders sey, wenn die

1) *Phil. Mag.* (4). VI, p. 393. — (Diese Ann. Bd. 91. S. 300. P.)

Sub
zu d
flexi
mö
ist,
abso
tat,
klein
größ
F
abso
zwei
Gese
diese
Exist
In
coeff
ben
len,
in R
tallen
betr
Fall
Die
bei n
sprec

O
das l
sorpt
Man
legen
Form
man

Substanzen sich im starren Zustande befinden, so wird man zu der Annahme geführt, daß in dem Maasse als das Reflexionsvermögen grösser ist, es auch das Absorptionsvermögen sey. Wenn die zu durchdringende Schicht so dick ist, daß die Gesammtheit des darin eintretenden Lichtes absorbirt wird, so erhält man das recht sonderbare Resultat, daß die absorbirte Menge einer gewissen Lichtart desto kleiner ist, als der entsprechende Absorptionscoëfficient grösser ist.

Es ist indessen wahrscheinlich, daß dieß Gesetz nicht absolut genommen werden darf. Die Reflexion wird durch zwei besondere Constanten charakterisirt und damit dieses Gesetz unter allen Umständen wahr sey, muß zwischen diesen Constanten eine gewisse Relation stattfinden, deren Existenz aber bis jetzt noch nicht dargethan ist.

In Ermangelung genauer Messungen der Absorptionscoëfficienten starrer Körper kann man die Werthe derselben mittelst der Cauchy'schen Formeln ableiten, in Fällen, wo sie anwendbar sind. Man findet dadurch, daß das in Rede stehende Gesetz sich im Allgemeinen bei den Metallen bestätigt, wenigstens wenn man jedes Metall für sich betrachtet. Bei dem Fuchsin dagegen scheint es nicht der Fall zu seyn, wie aus den folgenden Zahlen hervorgeht. Die erste Zeile giebt die Intensität des reflectirten Strahls, bei normaler Incidenz, für Kronglas, die zweite den entsprechenden Absorptionscoëfficienten U_0 (S. 402).

	Linie D	Linie E	Linie F
Intensität	0,036	0,037	0,028.
Absorptionscoëfficient	3569	7258	5754.

Obgleich das gelbe Licht in größerem Verhältniß als das blaue reflectirt wird, so sieht man doch, daß der Absorptionscoëfficient von jenem kleiner ist, als bei diesem. Man darf indeß auf dieses Resultat keinen zu großen Werth legen, denn wiewohl die Legitimität der Cauchy'schen Formeln für die Reflexion hinreichend erwiesen ist, kann man dieß doch nicht für die Refractionsphänomene sagen.

Die hier in ihren Resultaten mitgetheilten Versuche, welche ich fortzusetzen gedenke, sind im physikalischen Laboratorium der Universität Upsala und mit den dieser Anstalt gehörigen Instrumenten angestellt worden.

IV. Studien über erd-magnetische Messungen; von **Karl Braun, S. J.**

(Schluß von S. 427.)

C. Bestimmung der Intensität mittelst des Inklinatoriums.

Die Anwendung des Inklinatoriums zu Intensitätsbestimmungen ist seit einiger Zeit bekannt. Es scheint daß Lloyd diese Methode zuerst theoretisch und practisch durchgeführt hat¹⁾, da sie nach ihm benannt wird, obgleich sie Lamont schon wenigstens 1849 im wesentlichen hinreichend angedeutet hat²⁾. Meines Wissens aber wird dieselbe sehr wenig in Ausführung gebracht, und ist namentlich in Deutschland fast so gut wie nicht vorhanden. Ohne Zweifel hat dies seinen Grund darin, daß man sich von dieser Methode keinen hinreichenden Grad von Genauigkeit verspricht, was allerdings insofern auch gerechtfertigt ist, als der Begründer derselben, Lloyd selbst sich in diesem Sinne darüber ausspricht.

Es wird deshalb von einigem Interesse seyn, wenn ich, auf die Resultate von wirklich ausgeführten Messungen gestützt, nachweisen werde, daß diese Methode ganz vollkommen denselben Grad von Genauigkeit gewährt, wie die mit den besten Magnetometern ausgeführten Intensitätsbe-

1) *Lloyd on the determination of the earth's magnetic force in absolute measure by means of the dip circle. Irish Academy Memoirs vol. XXIII. 1858.*

2) *Lamont, Handb. des Erd-Magnetismus.*

stimmungen. Ich lege der Erörterung eine neue Theorie zu Grunde, welche nicht nur einfacher und anschaulicher ist als die Lloyd'sche, sondern auch die Genauigkeits-Verhältnisse bei dieser Methode in jeder Beziehung zu discutiren gestattet, was bei der Lloyd'schen nicht der Fall ist. Dann werde ich auch noch die von mir befolgten practischen Vorsichtsmaafsregeln angeben, denen es wohl zuzuschreiben ist, daß die Resultate einen so beträchtlichen Grad von Genauigkeit erlangt haben.

Diese Methode verlangt — wie jede Intensitätsmessung — *zwei Operationen*. Bei der *ersten* wird eine eigene Inklinations-Nadel A. III am Südpol mit einem Gewichtchen beschwert, und dann die dadurch veränderte Inklination gemessen. Daraus ist das Product $T \cdot M$ der Intensität des Erdmagnetismus und des magnetischen Momentes der Nadel bestimmbar.

Für die *zweite Operation* muß auf der Alhidade zwischen den Mikroskopen und senkrecht zu ihrer Verbindungslinie eine Vorrichtung angebracht seyn, um die Nadel A. III daselbst fest einlegen zu können. Nachdem dieß geschehen, legt man die Nadel A. IV auf die Agate, dreht die Alhidade mit A. III so lange bis A. IV in den Mikroskopen genau einspielt. Die Stellung von A. IV (welche alsdann senkrecht zu A. III steht), liest man ab. Daraus ergibt sich die Ablenkung, welche A. III auf A. IV ausübt, und in Folge davon das Verhältniß $T:M$. Aus $T \cdot M$ und $T:M$ ist dann T leicht zu berechnen.

Um die Theorie dieser Methode zu entwickeln, nehmen wir an, das Instrument sey so orientirt, daß die Nadel-Ebene den Winkel a' mit dem magnetischen Meridian bildet. Dann ist die wahre Inklination i , und Total-Intensität T eine andere, als die in jener Azimuthal-Stellung auftretende i' und T' . Zwischen diesen Größen bestehen die Beziehungen $\cot i' = \cot i \cdot \cos a'$, welche schon oben unter A (1) abgeleitet wurde; und

$$T' = T \cdot \frac{\sin i}{\sin i'} \quad . \quad . \quad . \quad (6)$$

welche ebenfalls aus der dort angegebenen Zerlegung der Kraft sich leicht ergibt. Wird nun die Nadel aus der Gleichgewichtslage i' herausgebracht, so daß sie die Neigung o' bekommt, ($o' < i'$), so wird sie gegen die erstere Lage streben mit einer Kraft, deren Drehungs-Moment ist $D' = T' \cdot M \cdot \sin(i' - o')$.

Bei der *ersten* oben angegebenen Operation ist es ein Stifchen vom Gewicht w , in der Entfernung r von der Drehungs-Axe der Nadel befestigt, welches durch sein Gewicht die Nadel aus der Neigung i' in die o' bringt. Das statische Moment dieses Uebergewichtes ist alsdann $= D' = w \cdot r \cdot \cos o'$, und somit $T' \cdot M \cdot \sin(i' - o') = w \cdot r \cdot \cos o'$; oder auch

$$T' \cdot M = \frac{w \cdot r \cdot \cos o'}{\sin(i' - o')} \quad (7);$$

Bei der zweiten Operation wird A. IV durch die Nadel A. III aus ihrer Gleichgewichtslage abgelenkt. Jene kann sich dabei nur um die Verbindungslinie beider Nadel-Centra drehen. Und da sie bei der getroffenen Anordnung nur abgelesen werden kann, wenn sie zu A. III eine bestimmte constante Stellung hat (senkrecht zu derselben steht), so ist die ablenkende Kraft (dieselbe ist auch bei dieser Art von Einwirkung proportional dem Sinus des Winkels, welchen die beiden Nadeln bilden, und somit im gegenwärtigen Fall ein Maximum), eine constante Größe, und zwar $= D'' = M \cdot M' \cdot U$, wenn M , M' die magnetischen Momente, und U eine Constante ist, welche nur von der Vertheilung des Magnetismus in den beiden Nadeln und ihrer Entfernung abhängt. Kommt also die Nadel bei der Neigung o'' ($< i''$) ins Gleichgewicht, so ist $T'' \cdot M' \cdot \sin(i'' - o'') = M \cdot M' \cdot U$, oder auch

$$\frac{T''}{M} = \frac{U}{\sin(i'' - o'')} \quad (8);$$

wenn T'' und i'' bei dem Azimuth a'' bedeuten, was T' und i' bei a' .

Hieraus findet man dann leicht die gesuchte Total-Intensität T , indem man die Gleichungen (7) und (8)

multiplicirt, und statt T' und T'' ihren Werth, aus (6) entnommen, einsetzt, nämlich

$$T^2 = \frac{w \cdot r \cos o' \cdot U \cdot \sin i' \cdot \sin i''}{\sin(i' - o') \cdot \sin(i'' - o'') \cdot \sin^2 i};$$

und wenn man die Constante $A^2 = U \cdot w \cdot r$ einführt,

$$T = A \cdot \sqrt{\frac{\cos o' \cdot \sin i' \cdot \sin i''}{\sin(i' - o') \cdot \sin(i'' - o'') \cdot \sin^2 i}} \quad . \quad . \quad (9).$$

Diese allgemeine, für beliebige Azimuthe a' und a'' geltende Gleichung wird bedeutend einfacher, wenn man diesen bestimmte Werthe giebt. Lloyd giebt drei Arten an, die Methode auszuführen:

I. Man nehme $a' = a'' = 0$, d. h. beide Operationen geschehen im magnetischen Meridian. Dann wird $i' = i'' = i$ seyn, und folglich

$$T = A \cdot \sqrt{\frac{\cos o'}{\sin(i' - o') \cdot \sin(i'' - o'')}} \quad . \quad . \quad (10).$$

II. Man nehme $a' = a'' = 90^\circ$. Diese Verfahrensweise ist nur durchführbar, wenn das Gewichtchen nicht an der Nadel fest sitzt, sondern an einem feinen Coconfaden über eine an deren Axe sitzende Rolle läuft, wie es Lloyd angewendet zu haben scheint. In solcher Weise aber ist es unmöglich, in der Praxis ein genaues Resultat zu erzielen. Bei festsitzendem Gewichtchen würde man zum Resultat $T = \frac{o}{o}$ gelangen.

III. Man nehme $a' = 0$, und a'' so groß, daß $o'' = 90^\circ$ wird, d. h. bei der zweiten Operation drehe man das Instrument im Azimuth so lange bis die Nadel A. IV in den auf 90° eingestellten Mikroskopen genau einspielt; und lese das Azimuth a'' ab. Hiebei ist $i' = i$, und $o'' = 90^\circ$, somit wird

$$T = A \cdot \sqrt{\frac{\cos o' \cdot \sin i''}{\sin(i' - o') \cdot \cos i'' \cdot \sin i}} = A \cdot \sqrt{\frac{\cos o'}{\sin(i' - o') \cdot \cot i'' \cdot \sin i}}.$$

Da nun aber nach (1) $\cot i'' = \cot i \cdot \cos a''$ ist, so kommt

$$T = A \cdot \sqrt{\frac{\cos o'}{\sin(i' - o') \cdot \cos i \cdot \cos a''}} \quad . \quad . \quad (11).$$

In der Praxis ist jedoch von allen diesen Methoden oft nicht eine einzige mit Vortheil anzuwenden. In der That ist die Methode II illusorisch bei fixem Uebergewichtchen. Die Methode III wird nur an wenigen Orten von sehr kleiner Inklination auszuführen seyn, weil die ablenkende Kraft der Nadel A. III viel zu stark ist, als daß die Nadel IV in irgend einem Azimuth bei vertikaler Stellung im Gleichgewicht bleiben könnte. So ist z. B. in Rom, wo im Mittel $T = 9,58^1$, $A = 9,15$, $0' = -39^\circ$, $i = 58^\circ 48'$ war, der kleinste Werth für $\cos a''$, welcher die Gleichung (11) möglich macht, $\cos a'' = 1,39$, was die Unmöglichkeit beweist. Bei den erwähnten Instrumental-Verhältnissen würde diese Methode überhaupt an keinem Ort der Erde ausgeführt werden können, wenn man den Magnetismus der Nadel A. III nicht bedeutend vermindern würde; doch das hätte andere Nachtheile. Aber auch die Meth. I, welche sonst die vortheilhafteste wäre, ist nicht überall anwendbar. So war z. B. bei dem von mir benutzten Instrument zu Rom im Meridian $o'' = 13^\circ$. Bei dieser Stellung ist aber die eine Spitze der Nadel unsichtbar, weil sie hinter dem Metallstreifen steht, welcher die Agatkanten trägt, mithin ist eine besonders genaue Messung nicht möglich.

Ich habe deshalb bei meinen Messungen eine Combination der zwei ersten Methoden angewendet, indem ich $a' = 0$ und $a'' = 90^\circ$ nahm, d. h. ich machte die erste Operation mit A. III im Meridian. Die zweite mit der Nadel A. IV in der darauf senkrechten magnetischen West-Ost-Ebene. Dafür ist also $i' = i$, $i'' = 90^\circ$, somit wird aus Formel (9)

$$T = A \cdot \sqrt{\frac{\cos o'}{\sin(i' - o') \cdot \sin(i'' - o'') \cdot \sin i}}; \text{ oder} \\ = A \cdot \sqrt{\frac{\cos o'}{\sin(i' - o') \cdot \cos \theta'' \cdot \sin i}}^2 \quad (12).$$

1) Anm. Meine Rechnungen führte ich in *englischen Einheiten* aus, deren 2,1691 auf eine *Gauß'sche* gehen.

2) Vgl. wegen θ unten S. 615.

Auf diese Methode beschränke ich meine Untersuchungen. Es wird aber sehr leicht seyn, dieselben Betrachtungen auf jede andere Methode auszudehnen, wenn solche an andern Orten mit mehr Vortheil ausgeführt werden würde.

Als Stützpunkt für die Beurtheilung dieser Intensitäts-Bestimmungen benutzte ich den Coëfficienten A , den ich aus allen meinen Messungen mittelst Vergleichung mit den Resultaten von Magnetometer-Messungen berechnete. Damit wollte ich einestheils mich vergewissern, ob man diesen Coëfficient für längere Zeit als constant ansehen darf, anderseits aber wollte ich aus den Zahlen ersehen, welchen Grad von Genauigkeit man auf dem angezeigten Weg zu erreichen vermag. Die Magnetometermessungen wurden zu diesem Zweck mittelst der Variationsbeobachtungen am Bifilare auf den Zeitpunkt der Lloyd'schen Messungen reducirt (einmal freilich mit 25 Tagen Zwischenzeit). Hierzu habe ich jetzt noch einmal eigens die Formel für das Bifilare nach der Methode der kleinsten Quadrate berechnet, die Reductionen corrigirt und erhielt damit:

am 20. Juni 1870	$A = 9,155200$	(mit $\frac{1}{2}$ Gewicht)
„ 21. Juli „ „	9,147370	
„ 10. Aug. „ „	9,152001	
„ 13. „ „ „	9,149410	
„ 27. „ „ „	9,152300	
„ 29. „ „ „	9,155214.	

Aus diesen Zahlen ergibt sich zunächst, daß der Coëfficient A durch längere Zeit als constant angesehen werden kann, da er auch bei der hohen Temperatur der Sommertage Roms keine Aenderung zeigte. Es ist dies sicher eine Folge davon, daß derselbe gar nicht von der Größe der magnetischen Momente M und M' abhängt, sondern nur von der *Vertheilung* des freien Magnetismus.

Die im Jahre 1871 ausgeführten Messungen stimmen mit diesen in Bezug auf den Grad der Genauigkeit ziemlich gut überein; können jedoch leider nicht benutzt werden, um einen Beweis für die Constanz von A durch grö-

fsere Zeiträume beizubringen. Bei den erwähnten Reisen des Inklinatoriums gingen sämtliche Stifchen für die Nadel A. III verloren. Ich mußte also ein neues einsetzen, was natürlich eine Aenderung von A zur Folge hatte. Ich erhielt damit:

am 13. August 1871	$A = 8,906902$
„ 16. „ „ „	8,901163
„ 31. „ „ „	8,900504.

Am 1. September fiel die Schachtel mit den Nadeln A. III und A. IV zu Boden. Die Nadeln berührten sich und dadurch entstand sofort eine Aenderung in A ¹⁾, wie aus folgenden Bestimmungen ersichtlich ist.

am 2. September 1871	$A = 8,939584$
„ 3. „ „ „	8,940755.

In Betreff der *Genauigkeit* stimmen sämtliche Resultate annähernd überein. Als mittleren Fehler ergaben die drei Gruppen in Theilen vom Ganzen bezüglich 0,000325; 0,000394 und 0,000092. Die Messungen von 1870 scheinen mir zuverlässiger und der Werth $0,000325 = \frac{\Delta A}{A}$ kann somit als sicher nicht zu klein angesehen werden.

Dieses Resultat meiner Messungen kann nun verwendet werden, um die *Genauigkeitsverhältnisse* sämtlicher bei der Lloyd'schen Intensitäts-Bestimmung vorkommenden Größen zu berechnen. Wir schreiben zu dem Ende die Gleichung (12) so

$$A = \frac{T_1}{\cos i} \cdot \sqrt{\frac{\sin(i' - o') \cdot \cos \theta'' \cdot \sin i}{\cos o'}}$$

indem wir mit T_1 die horizontale Componente $= T \cos i$ bezeichnen. Von dieser Gleichung nehmen wir das logarithmische Differential in Bezug auf alle Größen, so kommt

- 1) Anm. Diese Zahlen können als Beleg dafür gelten, daß man die Nadeln A. III und A. IV aufs sorgfältigste vor jeder Berührung mit Magneten oder mit Eisen bewahren muß. Ja auch die bloße Nähe von starken Magneten ist zu vermeiden; wenigstens in Stellungen, bei welchen die Induction kräftig wirken könnte.

$$\frac{\Delta A}{A} = \frac{\Delta T_1}{T_1} + \operatorname{tg} i \cdot \Delta i + \frac{1}{2} \cot(i' - o') \Delta i + \frac{1}{2} \cot i \cdot \Delta i \\ + \frac{1}{2} \operatorname{tg} o' \cdot \Delta o' - \frac{1}{2} \cot(i' - o') \Delta o' - \frac{1}{2} \operatorname{tg} o'' \cdot \Delta o'' \quad (13a)$$

und da im Mittel $i = 58^\circ 48'$; $o' = -39^\circ$; $o'' = 33^\circ 15'$,
 $i' - o' = 97^\circ 48'$ war, so wird

$$\frac{\Delta A}{A} = \frac{\Delta T_1}{T_1} + 1,6512 \cdot \Delta i - 0,0685 \cdot \Delta i + 0,3028 \cdot \Delta i \\ - 0,4049 \cdot \Delta o' + 0,0685 \cdot \Delta o' - 0,3278 \cdot \Delta o'',$$

Von diesen verschiedenen Fehlern nun, welche zur Entstehung des Fehlers $\frac{\Delta A}{A}$ zusammenwirken, kommt der erste

$\frac{\Delta T_1}{T_1}$ auf Rechnung der Magnetometermessungen; der zweite $= 1,6512 \cdot \Delta i$ fällt der Inklinationsbestimmung zur Last, insofern sie bloß zur Reducirung der horizontalen auf totale Intensität oder umgekehrt benutzt wird; und bloß die übrigen fünf Glieder der Gleichung sind der Lloyd'schen Methode an sich eigen, wenn sie für Total-Intensität angewendet wird. Von diesen fünf Gliedern sind die zwei ersten der Inklinationsbestimmung zugehörig (nennen wir dieselbe die „*dritte Operation*“), die zwei folgenden der ersten Operation, und das letzte der zweiten. Faßt man die so zusammengehörigen Glieder zusammen, so kommt, wenn als Einheit die Bogenminute eingeführt wird,

$$\frac{\Delta A}{A} = \frac{\Delta T_1}{T_1} + 0,000480 \cdot \Delta i + 0,0000682 \cdot \Delta i \\ - 0,0000979 \cdot \Delta o' - 0,0000954 \cdot \Delta o'' \quad (14).$$

Aus dieser Gleichung eliminirte ich zunächst $\Delta o'$ und $\Delta o''$. Zu dem Ende untersuchte ich meine Messungen von o' und o'' , indem ich für jede einzelne vier Partialwerthe ermittelte und diese mit dem Hauptresultat verglich — ganz ebenso wie die schon unter A (S. 338 und 344) erwähnte Discussion der Inklinationsmessungen ausgeführt worden war. Auf diesem Weg fand ich, daß der entsprechende Grad von Genauigkeit 1,4 und resp. 3,0 mal geringer war als bei einer Inklinationsmessung; d. h. es wäre $\Delta o' = 1,4 \cdot \Delta i$ und $\Delta o'' = 3,0 \cdot \Delta i$. Weil indeß bei obigen

6 Fundamentalgleichungen nicht 6, sondern 9 Inklinationsmessungen verwerthet wurden und eben so viele Messungen von α' , dagegen nur 6 von α'' , so wird zu setzen seyn

$$\Delta \alpha' = 1,4 \cdot \Delta i \text{ und } \Delta \alpha'' = 3,52 \cdot \Delta i \quad (15).$$

Ferner muß für $\frac{\Delta T_1}{T_1}$ eine zuverlässige Zahlenangabe gewonnen werden. Man pflegt anzunehmen, daß bei guten Magnetometermessungen dieser mittlere Fehler = 0,0002 sey. Um sicher zu gehen, habe ich, wie schon erwähnt, meine Messungen nochmals der Rechnung unterworfen und daraus nach der Methode der kleinsten Quadrate eine zuverlässige Formel für das Bifilare abgeleitet. Dadurch fand ich als mittleren Fehler einer Intensitätsbestimmung mit dem Magnetometer

$$0,000238 = \frac{\Delta T_1}{T_1} \quad . \quad . \quad (16)^1).$$

Werden nun diese Werthe in die obige Gleichung (14) eingesetzt, so erhält man nach der Methode der kleinsten Quadrate für die mittleren Fehler die Gleichung

$$0,000325^2 = 0,000238^2 + (0,0005482^2 + 0,0000979^2 \cdot 1,4^2 + 0,0000954^2 \cdot 3,52^2) \cdot \Delta i^2.$$

Multiplirt man beiderseits mit 10^{10} , so entsteht hieraus

$$1056,2 = 566,4 + (3005,3 + 187,9 + 1127,7) \cdot \Delta i^2 \quad (17).$$

Hieraus ergibt sich nun der mittlere Fehler Δi , nämlich

$$\Delta i^2 = \frac{489,8}{4320,9} \text{ und } \Delta i = 0',3367 \text{ oder } = 20,20 \text{ Sec.}$$

Da den sechs obigen Fundamentalgleichungen nicht sechs, sondern neun Inklinationsmessungen zu Grunde liegen, so würde aus diesem Grund der mittlere Fehler für eine Inklinationsmessung etwas weniger größer werden. Allein denselben Gleichungen liegen auch nicht sechs, sondern nur vier Magnetometermessungen zu Grunde und mit Rücksicht hierauf würde derselbe in noch stärkerem Verhältniß etwas verringert werden. Man darf also zuver-

1) Vergl. hierüber unten D.

sichtlich annehmen, daß der *mittlere Fehler bei gewöhnlicher Inklinationsmessung* = 20 Sec. ist ($\pm 3''$)¹⁾.

Dazu kann noch bemerkt werden, daß selbst, wenn die Magnetometermessungen als absolut genau angenommen würden und der ganze Fehler in *A* auf Rechnung der mit dem Inklinatorium gemachten Messungen gebracht würde, dennoch der mittlere Fehler einer Inklinationsmessung nur = 29, Sec. d. h. noch nicht $\frac{1}{2}$ Minute folgen würde.

Diese Bestimmung der Genauigkeit meiner Inklinationsmessungen stimmt vollkommen überein mit dem, was oben unter *A* (S. 345) eben darüber aus ganz anderen Gesichtspunkten abgeleitet wurde.

Danach ist es nun nicht schwer, auch den *Genauigkeitsgrad der Lloyd'schen Intensitätsbestimmungen* zu berechnen. Der mittlere Fehler einer solchen umfaßt nur die drei letzten Glieder der Gleichung (14) und ist bestimmt durch

$$F^2 = (0,0000682 \cdot \Delta i)^2 + (0,0000979 \cdot 1,4 \cdot \Delta i)^2 \\ + (0,0000954 \cdot 3,52 \cdot \Delta i)^2 \quad . \quad (18a).$$

Setzt man für Δi den oben gefundenen Werth $\Delta i = 0,3367$, so wird

$$F^2 = (5,17 + 20,87 + 124,41) \cdot 10^{-10},$$

woraus $F = 0,0001227$ sich ergibt, (den Fehler in Theilen des ganzen Werthes ausgedrückt).

Wird aber nicht bei der Totalintensität stehen geblieben, sondern durch Multiplication mit $\cos i$ die Horizontalintensität berechnet, so kommen die vier letzten Glieder von (14) in Betracht und es wird

$$F_1^2 = (0,0005482 \cdot \Delta i)^2 + (0,0000979 \cdot 1,4 \cdot \Delta i)^2 \\ + (0,0000954 \cdot 3,52 \cdot \Delta i)^2 \quad . \quad (19a);$$

- 1) Genauer berechnet würde aus dem letzteren Umstand folgen $\Delta i = 15,4''$; aus dem ersteren aber eine Vermehrung im Verhältniß 100:85,4 folgen; also schließlich der mittlere Fehler = 18,1 *Secunden*. Außerdem hätte streng genommen in der Gleichung (13a) noch ein Glied für die säculäre Variation von *A* aufgenommen werden sollen, der dann ein kleiner Theil des Gesamtfehlers zugefallen seyn würde; der Fehler Δi der Inklinationsmessungen würde dadurch noch um etwas kleiner ausgefallen seyn.

und hieraus

$$F_1^2 = (334,0 + 20,87 + 124,41) \cdot 10^{-10},$$

somit

$$F_1 = 0,0002189.$$

Dies sind die mittleren Fehler, welche der *relativen* Intensitätsbestimmung nach der Lloyd'schen Methode wirklich eigen sind. Soll aber die *absolute* Intensität bestimmt werden, so kommt noch dazu die Unsicherheit in dem Coëfficienten A . Diese ist aber eigentlich eine wandelbare GröÙe, insofern sie desto kleiner wird, je mehr Messungen man auf die Bestimmung von A verwendet. Für die obigen 6 Fundamentalwerthe von A wurden vier Magnetometer- und 6 Lloyd'sche Messungen benutzt und aus ihnen ergibt sich A mit einem mittleren Fehler von $0,000325:\sqrt{6} = 0,0001327$. Danach wird dann der *mittlere Fehler* bei einer *Lloyd'schen Bestimmung* der absoluten Totalintensität

$$F = \sqrt{0,0001227^2 + 0,0001327^2} = 0,0001807 = \frac{\Delta T}{T} \quad (18b);$$

und für die absolute Horizontalintensität wird

$$F_1 = \sqrt{0,0002189^2 + 0,0001327^2} = 0,0002560 = \frac{\Delta T_1}{T_1} \quad (19b).$$

Die *Magnetometermessungen* ergaben, wie oben gezeigt wurde, für die Horizontalintensität einen mittleren Fehler $= f_1 = 0,000238$. Für die Totalintensität würden sie unter Voraussetzung einer Inklinationsbestimmung von oben angegebener Genauigkeit geben $f = \sqrt{0,000238^2 + 0,000480^2} \cdot A^2$ (oben (13b) und (14))

$$= \sqrt{0,000238^2 + 0,0001617^2} = 0,000288 \quad (20).$$

Aus den so gewonnenen Zahlen ersieht man, daß die Lloyd'sche Methode die Totalintensität direct und genauer giebt als die Horizontalintensität; bei den Magnetometermessungen aber das Umgekehrte stattfindet; daß aber die Lloyd'sche Methode die Totalintensität mit beträchtlich größerer Genauigkeit angiebt, als die Magnetometermessungen die Horizontalintensität liefern. Ebenso ist auch die Bestimmung der Horizontalintensität durch die Lloyd'sche Methode genauer als die der Totalintensität aus den

Magnetometermessungen. Ja auch die durch das Magnetometer direct bestimmte Horizontalintensität ist nur um sehr wenig genauer als dieselbe, wenn sie mittelst der Reduction durch $\cos i$ aus den Messungen am Inklinatorium gewonnen wird.

Wenn eine gröfsere Anzahl von vergleichenden Bestimmungen auf die Feststellung des Werthes von A verwendet würde, und wenn bei jeder Ausführung der Lloyd'schen Methode zwei Inklinationsmessungen und zwei Bestimmungen des Winkels o' an Nadel A . III vorgenommen würden¹⁾, während bei dreien der sechs oben discutirten Operationen nur je eine solche Messung ausgeführt wurde; so ist kein Zweifel, dafs die Resultate der Lloyd'schen Methode einen noch beträchtlich kleineren mittleren Fehler zeigen würden.

Dafs man Resultate von solcher Genauigkeit nicht erwarten zu dürfen glaubte, kommt nur daher, dafs man eben die grofse Vollkommenheit der neueren englischen Inklinationsnadeln noch nicht kannte oder gebührend würdigte.

Die Gleichung (14) zeigt auch, in welchem Verhältnifs die Genauigkeit der Intensitätsbestimmungen von der Güte der Messungen der Winkel o' und o'' abhängt und welche Genauigkeit man sonach bei der ersten und zweiten Operation erstreben mufs. Man sieht aus derselben unmittelbar, dafs ein Fehler von 1 Minute in o' und o'' im Resultat einen Fehler = 0,0000979 und bezüglich 0,0000954 zur Folge haben würde. Bei meinen Messungen, wo $\Delta i = 0,3367$, $\Delta o' = 1,4 \cdot \Delta i$, $\Delta o'' = 3,52 \cdot \Delta i$ ist, würden beide zusammen einen mittleren Fehler = 0,00001205 in Theilen des Ganzen hervorbringen; $\Delta o' 0,0000457$ und $\Delta o'' 0,0001115$; während der Fehler Δi in der Inklinations die Totalintensität nur um 0,0000227 fälschte.

Diese Zahlen lehren, dafs man bei den Messungen von o' ohne grofse Schwierigkeit einen vollkommen hinreichenden Grad von Genauigkeit erreichen kann, dafs dagegen die

1) Vgl. unten die Beschreibung der Operation.

Messungen von o'' die Genauigkeit des Resultats in höherem Grad gefährden. Letztere Messungen sind eben nicht mit der gleichen Sicherheit ausführbar (vgl. unten S. 613). Man sollte aber doch dabei wenigstens die von mir erreichte Genauigkeit von 1,2 Minuten erstreben. Und da o'' bei einer vollständigen Operation als Mittelwerth von 16 Partialmessungen gewonnen wird, sollte bei jeder einzelnen im Mittel eine Sicherheit von 5 Minuten angestrebt werden.

Es bleibt nun noch übrig zu untersuchen, in wie weit ein Fehler in der *azimuthalen Orientation* die Richtigkeit des Resultates beeinträchtigt, wozu eben die Lloyd'sche Theorie gar keinen Aufschluß bietet. Man kann nämlich bei der Aufstellung des Instrumentes den magnetischen Meridian auch allenfalls um $\frac{1}{2}$ Grad (und mehr) verfehlen; und ferner können bei den so oftmals zu wiederholenden Drehungen und Einstellungen zufällige Fehler unterlaufen. Offenbar ist es nothwendig, sich zu überzeugen, ob hierfür an dem Resultat eine Correction anzubringen sey und welche.

Um dieß zu entscheiden, muß man auf die allgemeine Formel (9) zurückgehen. Und da die zufälligen Fehler bei den verschiedenen Operationen ganz unabhängig von einander sind, so muß die Wirkung eines Fehlers bei den *einzelnen* Operationen ermittelt werden.

Die allgemeine Gleichung ist

$$T = A \cdot \sqrt{\frac{\cos o' \cdot \sin i' \cdot \sin i''}{\sin(i' - o') \cdot \cos \theta'' \cdot \sin^2 i_0}};$$

und dafür bringt man in Rechnung

$$T = A \cdot \sqrt{\frac{\cos o'}{\sin(i''' - o') \cdot \cos \theta'' \cdot \sin^2 i''}};$$

(hiebei soll i''' die durch Messung bei der „dritten Operation“ gefundene Inklination bedeuten, hingegen i_0 und ebenso o'_0 , o''_0 etc. die betreffenden Winkel, wie sie bei vollkommen genauer azimuthaler Einstellung seyn würden). Die hiebei begangenen Fehler vertheilen sich auf die drei Ope-

rationen: 1. die Messung von o' mit Nadel A. III, 2. die von o'' mit A. IV und 3. die Messung der Inklination i''' .

Zur Operation I gehört der Factor

$$\sqrt{\frac{\cos o' \cdot \cos i'}{\sin(i' - o')}},$$

statt dessen man in Rechnung bringt

$$\sqrt{\frac{\cos o' \cdot \sin i_0}{\sin(i_0 - o')}},$$

(insofern man alle nicht von dieser Operation abhängige Winkel, also auch i''' , einstweilen als normal und genau richtig ansieht). Der hiermit begangene Fehler ergibt sich aus dem logarithmischen Differential

$$\frac{\Delta T}{T} = \frac{1}{2} \cot i_0 \Delta i' - \frac{1}{2} \cot(i_0 - o') \cdot \Delta i',$$

in welcher Gleichung $\Delta i' = i_0 - i'$ ist; oder

$$\frac{\Delta T}{T} = -\frac{1}{2} \cot i_0 \cdot \Delta i' + \frac{1}{2} \cot(i_0 - o') \cdot \Delta i',$$

für $\Delta i' = i' - i_0$. Nun ist aber, wie unter A. (3) gezeigt wurde

$$\Delta i = \frac{1}{2} \cot i \cdot \sin^2 i \cdot \Delta a^2 = \frac{1}{4} \sin 2i \cdot \Delta a^2.$$

Also wird

$$\frac{\Delta T}{T} = -\frac{1}{4} \cos^2 i_0 \cdot \Delta a^2 + \frac{1}{8} \cot(i_0 - o') \cdot \sin 2i_0 \cdot \Delta a^2 \quad (21).$$

Zu Operation II gehört

$$\sqrt{\frac{\sin i''}{\cos o''}},$$

wofür gesetzt wird

$$\sqrt{\frac{\sin i''_0}{\cos o''}} \text{ d. h. } \sqrt{\frac{\sin 90^\circ}{\cos o''}}.$$

Man begeht also einen Fehler

$$= \frac{\Delta T}{T} = \frac{1}{2} \cot i''_0 \cdot \Delta i'',$$

wo $\Delta i'' = 90^\circ - i''$ bedeutet oder $\frac{\Delta T}{T} = -\frac{1}{2} \cot i''_0 \cdot \Delta i''$ für den wirklichen Fehler $\Delta i'' = i'' - 90^\circ$. Da $\cot i''_0 = 0$ wird, so muß noch einmal differenziert werden. Man erhält dann

$$\Delta T = +\frac{1}{2} \frac{d^2 T}{d i''^2} \cdot \Delta i''^2 = +\frac{1}{4} \frac{T}{\sin^3 i''_0} \cdot \Delta i''^2;$$

somit

$$\frac{\Delta T}{T} = +\frac{1}{4} \Delta i''^2,$$

weil $\sin i_0'' = 1$. Da nun nach A (4)

$$\Delta i'' = 90^\circ - i'' = -\cot i \cdot \Delta a$$

ist, so wird

$$\frac{\Delta T}{T} = +\frac{\cot^2 i_0}{4} \cdot \Delta a^2 \quad . \quad . \quad . \quad (22).$$

Die Operation III endlich liefert die Inklinatio*n* i''' anstatt der wahren i_0 . Es wird demgemä*ß* anstatt

$$\sqrt{\frac{\sin i_0}{\sin(i_0 - o') \cdot \sin^2 i_0}} \quad \text{oder} \quad \sqrt{\frac{1}{\sin(i_0 - o') \cdot \sin i_0}}$$

in Rechnung gebracht

$$\sqrt{\frac{1}{\sin(i''' - o') \cdot \sin i'''}}.$$

Der dadurch entstehende Fehler ist daher

$$\frac{\Delta T}{T} = -\frac{1}{2} \cot(i_0 - o') \cdot \Delta i - \frac{1}{2} \cot i_0 \cdot \Delta i,$$

worin $\Delta i = i''' - i_0$ ist. Nun ist, wie soeben,

$$\Delta i = +\frac{1}{4} \cdot \sin 2i \cdot \Delta a^2 = +\frac{1}{4} \cot i \cdot \sin^2 i \quad (A. 3).$$

Also

$$\frac{\Delta T}{T} = -\frac{1}{8} \cdot \cot(i_0 - o') \cdot \sin 2i_0 \cdot \Delta a^2 - \frac{1}{4} \cos^2 i_0 \cdot \Delta a^2 \quad (23).$$

Handelt es sich nun um einen *systematischen Fehler* im Azimuth, so ist die Grö*ß*e Δa , um welche man sich im Azimuth irrt, in diesen drei Partialfehlern gleich und der *Gesamtfehler* ist

$$\frac{\Delta T}{T} = (\frac{1}{8} \cdot \cot^2 i - \frac{1}{2} \cdot \cos^2 i) \cdot \Delta a^2 \quad . \quad . \quad (24).$$

Für den mittleren Werth von i bei meinen Messungen ($58^\circ 48'$) giebt die*ß* $\frac{\Delta T}{T} = -0,0425 \cdot \Delta a^2$, oder wenn Δa in Minuten ausgedrückt wird, $\frac{\Delta T}{T} = -0,0000000036 \cdot \Delta a^2$. Es würde somit ein Azimuthfehler von $1^\circ 40'$ im Resultat nur einen *Fehler* von $-0,000036$ des Ganzen hervorbringen. Man sieht also, da*ß* derselbe ganz vernachlässigt werden

darf.
um ein
fallsig

Da
welche
men k
Elimin
ein th
der W
verring
auftret
lich —

für die

für die
nen m
den ve
gen v
West-
beträc
stattfin

Jee
wenn s
d. h. v
bei un
nur da
darf (s
fahren.
i' ausch

ist. M
auf 1 l
Indefi
mittels

darf. Selbst wenn man bei Aufstellung des Instruments um einen ganzen Grad sich geirrt hätte, würde eine desfallsige *Correction* überflüssig seyn.

Dasselbe gilt dann auch von den *zufälligen* Fehlern, welche bei den vielfachen Azimuth-Einstellungen vorkommen können. Es tritt dabei allerdings keine systematische Elimination unter den drei Partialfehlern ein, sondern nur ein theilweises Entgegenwirken derselben nach den Regeln der Wahrscheinlichkeit. Allein auch wenn dieselben unverringert bleiben, und alle im möglichst ungünstigen Sinne auftreten sollten, so ist ihr Betrag doch zu gering, nämlich $-0,00000000696 \cdot \Delta a^3$ für die erste Operation;

$$+ 0,00000000776 \cdot \Delta a^2$$

für die zweite und

$$+ 0,00000000439 \cdot \Delta a^2 \quad . \quad . \quad . \quad (25).$$

für die dritte. Es hat also — so sonderbar es auch scheinen mag — gar keinen bemerkbaren Nachtheil, wenn bei den verschiedenen Einstellungen ganz beliebige Abweichungen von der wahren magnetischen Meridian- oder Ost-West-Ebene bis zu 1° stattfinden, und folglich dürfen auch beträchtliche Abweichungen von dem präsumirten Meridian stattfinden, in welchem man das Instrument aufstellt.

Jedoch in Betreff der zweiten Operation gilt das nur, wenn sie in der unten anzugebenden Weise ausgeführt wird, d. h. wenn je eine östliche und eine westliche Ablenkung bei unverrückter Azimuthal-Stellung gemessen wird, weil nur dann unbedingt $90^\circ - 0''$ statt $i'' - 0''$ gesetzt werden darf (s. unten die Bestimmung von o''). Wird anders verfahren, so ist die Ablenkung nicht mehr unabhängig von i ausdrückbar und es entsteht ein Fehler *mehr*, welcher

$$\begin{aligned} &= \frac{\Delta T}{T} = -\frac{1}{2} \cot(i'' - o'') \cdot \Delta i'' = -\frac{1}{2} \operatorname{tg} o'' \cdot \cot i \cdot \Delta a \\ &= -0,00005774 \cdot \Delta a \quad . \quad . \quad . \quad (26) \end{aligned}$$

ist. Man müßte also in diesem Fall allerwenigstens bis auf 1 Minute genau auf das festgestellte Azimuth einstellen. Indefs genügt auch dann — wie immer — die Einstellung mittelst eines *Nonius*, selbst wenn eine bemerkbare Excen-

tricität von einer oder mehreren Minuten vorhanden seyn sollte.

Damit nun aber der oben angegebene Grad von Genauigkeit bei solchen Intensitätsbestimmungen erreicht werden könne, sind mehrere *practische Vorsichtsmafsregeln* zu beobachten. Ich werde dieselben kurz angeben; aber theils wegen der leichteren Verständlichkeit, theils weil die ganze Methode überhaupt zu wenig bekannt seyn dürfte, ihre Darlegung an eine ganz gedrängte Beschreibung der ganzen Operationen anlehnen.

Die eigentlichen Intensitätsmessungen beginne ich — nach vorhergegangener Orientation und Horizontalstellung — mit der Nadel A. III (erste Operation). Man mufs dazu ein als Gewichtchen dienendes Messingstiftchen recht fest in einem Loch der Nadel an deren Südende einschlagen. Dasselbe mufs dann nothwendig darin bleiben, ohne je losgemacht zu werden, weil bei verschiedenmaligem Einsetzen dessen Schwerpunkt nicht wieder hinreichend genau die gleiche Distanz von der Drehungsaxe bekommen würde oder wohl gar eine Verwechselung des Stiftchens stattfinden könnte. Man mifst die Inklination α' der Nadel bei vier Stellungen, indem man sie umlegt und bei jeder Lage das Instrument um 180° dreht. Dabei genügt es *einen* Nonius abzulesen nach denselben Regeln, welche unter A (S. 335) angegeben wurden.

Für die zweite Operation nimmt man das Fernröhrchen weg und giebt an dessen Stelle die Nadel A. III, so dafs sie sehr genau den ihr bestimmten Platz einnimmt und eine Verschiebung nicht möglich ist. Es ist sehr nützlich, dieselbe stets in der gleichen Weise mit constanter Stellung der Pole und Flächen einzulegen. Dann bringt man die Nadel A. IV auf die Agate und dreht das Instrument in die magnetische Ost-West-Richtung. Darauf dreht man die Alhidade mit den Mikroskopen, bis die Spitzen der Nadel auf die Fäden der Mikroskope einspielen, hebt und senkt dieselbe mehrmals, bis sie constant unter den Fäden verbleibt und liest dann den Winkel ab.

Hiebei nun kann man sich zunächst viel Mühe und Zeit ersparen. Da wegen der geringeren Directionskraft der Nadel und einer andern sogleich zu erwähnenden Ursache hiebei eine solche Genauigkeit, wie bei den übrigen Messungen nicht erreicht werden kann und auch nach der obigen Erörterung bei einer einzelnen Ablesung eine Genauigkeit von 4 bis 5 Minuten schon ziemlich hinreichend ist, so ist es nicht nothwendig, die beiden Nadelspitzen successiv genau unter die Fäden zu bringen und *zwei* Ablesungen zu machen, sondern man kann beide Fäden zugleich auf das Mittel der beiden Spitzen einstellen, d. h. so, daß deren unbedeutende Abstände von den Fäden auf derselben Seite von diesen liegen und gleich sind, und dann nur *eine Ablesung* machen. So wird jede Stellung der Nadel mit einer Ablesung abgethan, während man sonst zwei oder gar vier zu machen hätte. In Betreff des abzulesenden Nonius ist aber das unter A Gesagte zu berücksichtigen. Ich habe mich durch besondere Versuche überzeugt, daß man bei einiger Uebung in dieser Weise bis auf wenige Zehntel einer Minute dasselbe Resultat erreicht, als mit der mühsamern Methode durch mehrere Ablesungen.

Nach der ersten Ablesung von *o''* dreht man die Alhidade mit den Mikroskopen, so daß die Ablenkung eine westliche (für die untere Spitze) wird, wenn sie vorher östlich war und liest in gleicher Weise ab. Danach dreht man das Instrument um 180° und wiederholt beide Ablesungen.

Dabei ist nun ein anderer durchaus *wesentlicher Umstand* wohl zu beachten. Ich bemerkte öfters, daß ich die Nadel A. IV ganz richtig einvisirt hatte, dann aber allmählich ihre Lage sich änderte dermaßen, daß nach etwa zwei Minuten ihre Stellung bis zu einem Grad und mehr von der vorher beobachteten abwich. Ich erkannte bald, daß die Ursache hiervon in dem *inducirten Magnetismus* der Nadel A. III zu suchen sey. Hat man nämlich eine z. B. östliche Ablenkung beobachtet, und will zur west-

lichen schreiten, so muß die Nadel *A. III* auf der Alhidade so gedreht werden, daß sie eine mit der Nadel *A. IV* parallele Stellung passirt. Dieß kann nun aber in doppelter Weise geschehen. Es können nämlich entweder die gleichnamigen Pole an einander vorübergehen oder die ungleichnamigen, wobei die entsprechende Drehung der Alhidade entweder $< 180^\circ$ oder resp. $> 180^\circ$ wird. Man muß nun immer die Drehung in der letzteren Weise ausführen; denn dann wirkt die Induction im Sinne der Verstärkung, und diese Wirkung ist stets geringer und vergeht schneller und vollständiger als die Induction im Sinne der Schwächung. Nachdem ich diese Praxis angenommen hatte, verschwand der erwähnte Uebelstand vollständig. Dennoch darf man die Rücksicht auf diese Induction nicht vernachlässigen, weil immerhin bei einzelnen Ablesungen etwas mehr Geduld erfordert wird, bis die Stellung der Nadel innerhalb der wünschenswerthen Gränzen von etwa 5 Minuten constant geworden ist.

Eine ganz ähnliche Vorsicht ist bei den Drehungen um 180° im Azimuth anzuwenden. Man verfährt dabei am besten so, daß man die abgelenkte Nadel *A. IV* mittelst der gehobenen Gabel in ihrer Stellung festhält und dann das Instrument sicher und ziemlich rasch in derjenigen Richtung um 180° dreht, bei welcher der abwärts gerichtete Pol von *A. III* durch Süden sich bewegt, nicht aber durch Norden. Dadurch wird die störende Induction durch den Erdmagnetismus fast gänzlich vermieden und überdies bleiben die heftigen überflüssigen Oscillationen der Nadel *A. IV* aus, welche ihrerseits ebenfalls wieder geeignet sind, eine störende Induction auf *A. III* auszuüben. Die Nadel *A. IV* hat dann sofort fast ganz genau die gebührende definitive Stellung. Bei Beobachtung dieser Rücksichten fallen die Messungen unvergleichlich viel sicherer und leichter aus, und können in weniger als der Hälfte der Zeit ausgeführt werden. Dennoch soll man trotz dieser Erleichterungen bemüht seyn, den Messungen von $0''$ einen möglichst hohen Grad von Genauigkeit zu geben, weil — wie oben gezeigt

wurde — hiervon vorzugsweise die Genauigkeit des Resultates abhängt. Bei meinen Messungen war mir die letztere Rücksicht noch nicht bekannt, sonst würde ich diese Messungen mit mehr Sorgfalt gemacht haben, und sicher würden dann die erzielten Resultate noch genauer ausgefallen seyn.

Nachdem man den Winkel o'' viermal abgelesen hat, wird die Nadel A. IV umgelegt (aber niemals ummagnetisirt, wie sich von selbst versteht) und die gleichen Messungen repetirt.

Danach muß auch die Nadel A. III umgelegt werden, und zwar so, daß sowohl die breiten Flächen als auch die Pole im entgegengesetzten Sinne aufliegen, resp. vertauscht werden; und die ganze beschriebene Operation wird wiederholt.

Aus diesen Messungen erhält man im Mittel außer dem Winkel o'' bei östlicher Ablenkung auch den o''_1 bei westlicher, und aus beiden das Hauptmittel o'' . Die Ablenkung gegen Osten (der unteren Spitze) ist ausgedrückt durch $i'' - o''$, wie in den früheren Gleichungen der Einfachheit halber allgemein gesetzt wurde; die westliche aber ist $= (180^\circ - i'') - o''_1$. Der genauere Werth der Ablenkung ist das Mittel aus beiden, d. h. $90^\circ - \frac{1}{2}(o'' + o''_1) = 90^\circ - o''$. Wie man sieht, kommt darin der Winkel i'' nicht mehr vor; und man bestimmt die Ablenkung $i'' - o''$, ohne i'' zu kennen, vollkommen richtig durch $90^\circ - o''$. Deshalb konnte auch in den früheren Gleichungen unbedingt $\cos o''$ anstatt $\sin(i'' - o'')$ gesetzt werden, auch wenn i'' nicht genau $= 90^\circ$ ist.

Hiernach wird man die erste Operation mit der Nadel A. III wiederholen. Man bringt dieselbe auf die Agate, und an ihrer Stelle befestigt man wieder das Fernröhrchen — hauptsächlich zum Zweck der Versicherung gegen azimuthale Verschiebung des Instrumentes. Die Neigung der Nadel A. III, welche man jetzt erhält und die zuerst erhaltene geben im Mittel die wahre Neigung o' mit mehr Genauigkeit und zugleich reducirt auf denselben Zeitpunkt

mit der zweiten Operation. Dadurch wird die Nothwendigkeit umgangen, mittelst gleichzeitiger Beobachtungen an einem Variationsinstrument die einzelnen Theile der gesammten Operation auf einen gemeinsamen Zeitpunkt zu reduciren.

Diese Procedures sind in der Praxis nicht so langwierig, wie es scheinen könnte. Ich führe sie vollständig in 70 Minuten bequem und mit aller nöthigen Ruhe aus.

Danach mache ich dann sogleich noch eine Inklinationmessung („dritte Operation“) und wenn voraussichtlich die Zeit hinreicht, schicke ich eine solche auch den anderen Messungen voraus. Das Mittel aus diesen beiden mit den Nadeln A. I und A. II gewonnenen Inklinationswerthen giebt dann mit größserer Genauigkeit die wahre Inklination möglichst unabhängig von individuellen Eigenthümlichkeiten einer Nadel und zugleich hinlänglich genau reducirt auf den mittleren Zeitpunkt aller beschriebenen Operationen; so daß auch die Nothwendigkeit wegfällt, mittelst gleichzeitiger Beobachtung der Variationsinstrumente die Inklination entsprechend zu reduciren. Alle Operationen zusammen nehmen dann — bei einiger Uebung — gerade *drei Stunden* in Anspruch, und sie liefern eine genaue Bestimmung *aller drei magnetischen Elemente*, wie aus dem oben — namentlich unter *B* — Gesagten leicht ersichtlich ist.

Ueberdies ist in denselben Messungen, wenn sie in der von mir modificirten Weise ausgeführt werden, auch noch eine *zweite* einigermaßen angenäherte *Deklinations-Bestimmung* enthalten. Wenn man nämlich die Messungen von o'' nach östlicher und westlicher Ablenkung scheidet, wie soeben durch die Winkel o'' und o''_1 angedeutet wurde, so ist aus der Gleichsetzung der östlichen $i'' - o''$ und der westlichen $(180^\circ - i'') - o''_1$ sehr leicht abzuleiten

$$90^\circ - i'' = \frac{1}{2}(o''_1 - o'') = i_{\text{m}}$$

Es ist aber oben unter *B* gezeigt worden, wie man aus dem Winkel $90^\circ - i''$ oder i_{m} die Deklination berechnen kann. Das Verfahren ist hier ganz das gleiche; nur ist

die Bestimmung aus den Ablenkungsbeobachtungen weniger genau, weil eben die Messungen von α'' eine geringere Präcision besitzen. Folgendes sind die von mir auf diesem Weg erhaltenen Resultate (ohne Correction des constanten Instrumentalfehlers von $-5,6$);

den 20. Juni	1870	reduc.	Deklin.	=	$13^{\circ} 12', 7$
" 21. Juli	"	"	"	"	$13 21,57$ ($\frac{1}{2}$ Gewicht)
" 10. Aug.	"	"	"	"	$13 21,52$
" 13. "	"	"	"	"	$13 21, 7$
" 27. "	"	"	"	"	$13 17, 3$
" 29. "	"	"	"	"	$13 19,56$
				Mittel	$13 19,83.$

Ebenso

den 22. Jan.	1871	reduc.	Deklin.	=	$13^{\circ} 20', 0$
" 20. Juli	"	"	"	"	$13 28, 5$ ($\frac{1}{2}$ Gewicht)
" 16. Aug.	"	"	"	"	$13 17, 4$
" 31. "	"	"	"	"	$13 17,63$
" 2. Sept.	"	"	"	"	$13 20,81$
" 3. "	"	"	"	"	$13 18,47$
				Mittel	$13^{\circ} 19,74.$

Der mittlere Fehler bei diesen Bestimmungen ist allerdings $3,58$ und resp. $2,7$. Dennoch dürften dieselben wenigstens als einige Controle gegen gröbere Versehen bei anderen Methoden von Werth seyn, besonders da sie ohne alle Mühe gewonnen werden. Jedenfalls hat es einiges Interesse zu sehen, wie man mit dem Inklinatorium auf zwei verschiedenen Wegen zu einer Bestimmung der Deklination gelangt, nämlich durch die Intensitätsbestimmung sowohl als auch durch die Inklinationmessungen, und zwar ohne irgend welche andere Messungen zu benöthigen. Auch für diese letzt erwähnte Deklinationsbestimmung gilt das oben Gesagte, daß der durch den Mangel an Rundheit der Zapfen entstehende Fehler ohne Einfluß ist; denn erstens eliminirt sich derselbe von selbst, indem derselbe Fehler des Zapfens sowohl α'' als auch α'' , um gleichviel ändert und folglich der Fehler in $i_u = \frac{1}{2}(\alpha''_1 - \alpha'')$ verschwindet und zweitens würde die constante Correction,

welche auch hier anzubringen ist, den Fehler in Bezug auf den Werth der Deklination unschädlich machen.

Nebstdem geben diese Messungen, wenn sie in der beschriebenen Weise durchgeführt werden, ein einfaches Mittel ab, den im ersten Abschnitt (S. 343) vorkommenden *Instrumentalfehler* (x) der ungleichen Höhe der Agatkanten zu bestimmen. Zu diesem Zweck muß man die Ablenkungen der Nadel $A. IV$ durch $A. III$ in zwei Gruppen theilen, entsprechend den Stellungen „ $A. III$ nördlich“ und „ $A. III$ südlich“. Sind die entsprechenden Mittelwerthe (o'' , und o'' .) nicht gleich, so ist das ein Zeichen, daß die Agate ungleiche Höhe haben. Die Directionskraft der Nadel $A. IV$ ist nämlich in diesen beiden Stellungen $= T. M'. \sin(i+x)$ und resp. $T. M'. \sin(i-x)$. Da nun die ablenkende Kraft von $A. III$ in beiden Fällen die gleiche ist, so müssen die Sinus der Ablenkungen sich umgekehrt verhalten wie die Directionskräfte und mithin

$$\cos o'' : \cos o'' = \sin(i-x) : \sin(i+x),$$

oder auch, weil x klein ist,

$$\cos o'' : \cos o'' = \sin i : \sin(i+x) \quad (27).$$

Daraus ist x leicht zu berechnen und giebt an, um welchen Winkel die Drehungsaxe der Nadeln an der vom Kreis abgewendeten Seite über der Horizontalen steht (mit dem aus der Formel selbst sich ergebenden Vorzeichen).

Schließlich dürfte es noch von Interesse seyn, die Empfindlichkeit des Inklinatoriums, wie sie in Obigem nachgewiesen worden ist, gewissermaßen mit absolutem Gemäße zu vergleichen, nämlich mit Gewichten. Dazu kann die in der Bestimmung von A erzielte Genauigkeit dienen. Der mittlere Fehler darin wurde $= 0,000325$ gefunden und A ist $= \sqrt{U \cdot w \cdot r}$ (S. 599). Man erhält also

$$\frac{dA}{A} = 0,000325 = \frac{1}{3} \frac{dw}{w},$$

wenn dw eben die Gewichtsänderung des Stifchens bedeutet, welche A schon über die mittleren Beobachtungsfehler hinaus verändern würde. Nun ist aber $w = 0,020$ Grm.

Also wird $\Delta w = 0,000325 \cdot 2 \cdot 0,020$ Grm. oder $= 0,013$ Mgr. An der Spitze der Nadel würde also sicher auch eine Gewichtsänderung von 0,01 Mgr. in dem Resultat einer Messung sich noch bemerkbar gemacht haben. Beinahe dieselbe Zahl erhielt ich auch, indem ich die Genauigkeit von 20" bei den Inklinationsmessungen zu Grunde legend, die einer solchen Ablenkung von 20" entsprechende absolute Drehungskraft aus dem magnetischen Moment der Nadel berechnete.

Hieraus ersieht man, daß es wohl begründet ist, wenn in Obigem die Nothwendigkeit hervorgehoben wurde, die Nadeln auf's Sorgfältigste von jedem Stäubchen rein zu halten, namentlich von jenen feinen Stahltheilchen, welche so leicht an der Spitze haften bleiben, und daß auch bei den Intensitätsbestimmungen das Stiften in der Nadel A. III nie verrückt oder gedreht werden darf, weil das Alles eine Aenderung bewirken würde, welche über die oben genannte Fehlergränze hinausgeht und die — weil sie systematisch ist — sicher im Resultat hervortreten würde.

Aus allem Gesagten dürfte nun mit einiger Sicherheit hervorgehen, daß die Messungen mit dem Inklinatorium vor den mit andern Instrumenten ausgeführten in vielfacher Hinsicht wesentliche Vortheile bieten, und daß speciell als magnetisches Reiseinstrument das Inklinatorium sowohl in Hinsicht auf Genauigkeit als auf Bequemlichkeit und Billigkeit vor allen anderen Apparaten entschieden den Vorzug verdient. Man bedarf in der That zu ganz vollständigen magnetischen Messungen *nichts* als das Inklinatorium selbst. Weder Deklinatorium noch Magnetometer oder magnetischer Theodolit; weder Reflexionskreis, noch astronomischer Theodolit, noch Uhr oder Chronometer ist dazu erforderlich, sondern Alles ist in dem kleinen sehr handlichen Kistchen von etwa 15 Pfund Gewicht enthalten und Alles kostet 30 Pfund Sterl.

Der Werth dieses Instrumentes würde freilich noch erhöht werden, wenn es auch den *absoluten* Werth der Intensität direct zu bestimmen gestatten würde. Doch ist

dies ein Mangel an Vollkommenheit, welcher auch den übrigen gebräuchlichen Apparaten — ausgenommen den schwer transportablen Magnetometer — eigen ist.

Indessen wäre es nicht besonders schwer, das Inklinatorium auch in dieser Richtung noch zu vervollkommen und ich bin damit beschäftigt, diese Vervollständigung an meinem Instrument anzubringen. Oben auf dem Glaskistchen — nicht ganz in der Mitte — werde ich ein Glasrohr mit Suspensionsfaden befestigen. Die Nadel — ein hohler Stahlcylinder mit kleinem Objectiv auf der einen und feinem Glasmikrometer auf der anderen Seite, welchen Hr. Dover für 3 Pfund Sterl. liefert — wird dann in dem Kästchen selbst frei schweben. Zu deren Beobachtung hat dieses an den beiden schmalen Seitenflächen Oeffnungen, deren eine zur Aufnahme des Fernröhrchens, die andere zur Einlassung von Licht für die Nadel und zur Visirung von Miren für die Deklination dient. Damit wird das Instrument schon die Möglichkeit gewähren, den *absoluten* Werth der *Deklination direct* und mit eventuell größerer Genauigkeit zu bestimmen.

Dann bringe ich auf der unteren Fläche des Glaskistchens einen etwa 520^{mm} langen aus zwei Theilen bestehenden Maassstab in transversaler Richtung an, auf welchem ein mit feinem Nonius versehener Schlitten zur Aufnahme des Ablenkungsmagneten aufgesetzt werden kann. Hiermit ist dann auch die absolute Bestimmung der Intensität ermöglicht, indem der Horizontalkreis zu diesem Zweck eine feinere Theilung bekommen hat. Man würde dann erforderlichen Falles die Reduction auf absolutes Maass jederzeit sofort ausführen oder controliren können, da alle die hierzu erforderlichen Zuthaten noch recht gut in demselben Kistchen untergebracht werden können.

Anm. Hr. Dover bringt an seinen neueren Instrumenten einige recht zweckmäßige Aenderungen an. Unter anderen aber ersetzt er die horizontalen Metallstreifen, welche zum Tragen der Agate und der Gabeln dienen, durch ein System von vertikalen Stützen. Das hat in der

That
Syste
lassen
sproch
thale
Nade
biete

E
stim
nauig
aber
ren
hau
mung
I
eine
keit
wahr
zielt
ben,
ders
Fehl
der

T,
leich
Llo
I
nung
stell
(einc
nich
I
von
den

That einige Vortheile, ich habe aber dennoch das ältere System vorgezogen und an meinem Instrument ausführen lassen, hauptsächlich, weil es in Betreff der unter *B* besprochenen Deklinationsbestimmungen eine größere azimuthale Stabilität besitzt, obgleich es für die Anbringung der Nadel mit Suspensionsfaden etwas mehr Schwierigkeit bietet.

D. Bemerkungen über die Magnetometer-Messungen.

Es wurde oben gesagt, daß man den Intensitäts-Bestimmungen mit den tragbaren Magnetometern eine Genauigkeit von 0,0002 (des Ganzen) zuschreibt; daß ich aber bei meinen Messungen einen etwas größeren *mittleren* Fehler gefunden habe. Ich glaube aber, daß überhaupt dieser Grad von Genauigkeit bei solchen Bestimmungen nicht erreicht wird.

In der That müssen zu einer Magnetometer-Messung eine Menge von Umständen mit fast rigoroser Genauigkeit bestimmt und combinirt werden, so daß es sehr unwahrscheinlich ist, daß jene Genauigkeit gewöhnlich erzielt werde. Ich will nur die hauptsächlichsten hervorheben, und zwar bei jedem angeben, mit welcher Präcision derselbe ermittelt seyn muß, damit im Resultat nicht ein Fehler von 0,0001 auftrete. Diese Angaben können aus der Formel

$$T_1 = \sqrt{\frac{2 \cdot \pi^2 \cdot k}{t^2 \cdot a^2 \cdot \sin v}}, \text{ und } k (= \text{Trägheitsmoment}) = C \cdot \frac{t^2}{t_0^2 - t^2}$$

leicht abgeleitet werden, ähnlich wie es unter *C* für die Lloyd'sche Methode durchgeführt wurde.

Bei den Ablenkungs-Beobachtungen muß die Entfernung des Ablenkungs-Magnetes bei jeder einzelnen Einstellung bis auf 0,04^{mm} genau richtig bestimmt werden (eine Entfernung von 300^{mm} vorausgesetzt), was schon nicht sehr leicht ist.

Der Ablenkungs-Winkel selbst muß (eine Ablenkung von etwa 10° angenommen) im Mittel bis auf 7,2 Secunden genau bestimmt werden, somit bei jeder einzelnen

Ablesung bis auf $14'',4$. Diefs ist an sich schon ebenfalls nicht so ganz leicht. Wer aber schon solche Messungen gemacht hat, wird bemerkt haben, dafs es sehr schwer ist, indem bei probeweiser Wiederholung der gleichen Messungen, die Winkel fast nie bis auf diesen Betrag mit den früheren übereinstimmen.

Behufs der Schwingungs - Beobachtungen mufs der tägliche Gang der Uhr bis auf 9 oder 8 Secunden sicher festgestellt seyn. Das dürfte aber, wenn man nicht in Besitz eines Passage-Instrumentes ist, und namentlich auf Reisen, wo man die Uhr nicht hinlänglich vor Erschütterungen oder Veränderungen in der Lage schützen kann, schwerer seyn, als man gewöhnlich glaubt.

Die Notirung der Zeitpunkte von dem Durchgang der schwingenden Nadel durch die Mittel-Lage mufs bei der gewöhnlichen Weise zu beobachten (25 Minuten als Dauer der Operation vorausgesetzt) bis auf $\frac{1}{10}$ Secunde sicher ausgeführt werden, was gewifs schwerlich erreicht werden dürfte.

Zur Bestimmung des Trägheits-Momentes (k) werden Schwingungs-Versuche erfordert, welche mit einem noch gröfseren Grad von Genauigkeit ausgeführt seyn müssen.

Zu demselben Zweck müssen die Dimensionen des Hilfs-Körpers (C) äufserst genau ermittelt werden. Ist dies ein Normal-Cylinder von etwa 100^{mm} Länge, so mufs diese Länge bis auf $0,01^{\text{mm}}$ genau gemessen seyn; ist es ein Ring von etwa 50^{mm} Durchmesser, so mufs dieser bis auf $0,005^{\text{mm}}$ genau bestimmt seyn.

Werden diese sechs Bedingungen eben noch gerade erfüllt, so wird doch im Resultat noch ein mittlerer Fehler $= 0,00024$ enthalten seyn. Wird aber auch nur bei einer dieser Gröfsen ein dreimal gröfserer Fehler begangen, so wird der schließliche Fehler schon $> 0,0003$.

Nun kommt aber noch dazu die nothwendige Reduction der Ablenkung auf unendliche Entfernung, zu welcher Fundamentalmessungen von noch gröfserer Genauigkeit als die angegebene verlangt werden. Man mufs ferner

die A
den
den
gueti
des

M
die F
oder
man
mittl
gefal
nen
fsen
glau
Maaf
hier

D
der
wich
die C
des M
Ums
des I
genar
lenku
in fo
geau

A
genar
Diese
zeige
fache
weite
Ange
durch
tärten
Spitz

die Ausdehnung der Ablenkungsschiene durch die Wärme, den Temperatur-Coëfficient des Ablenkungs-Magnetes, den Coëfficient für dessen Induction durch den Erd-Magnetismus sehr genau ermitteln; ebenso die Torsionskraft des Suspensionsfadens.

Man sieht also wohl, daß es sehr schwierig seyn muß, die Fehlergränze der Intensitäts-Bestimmungen auf 0,0002 oder gar 0,0001 herabzubringen. Ich glaube vielmehr, daß man bei der Mehrzahl solcher Messungen eher auf einen mittleren Fehler von 0,0004 und vielleicht auch auf 0,0010 gefaßt seyn muß als auf 0,0002. Daß derselbe bei meinen Messungen — insoweit eben nur die *gemessenen* Größen in Betracht kommen — = 0,000238 gefunden wurde, glaube ich hauptsächlich einigen besonderen *Vorsichts-Maafsregeln* zuschreiben zu müssen. Ich will dieselben hier kurz angeben.

Da man in Betreff der Genauigkeit der Theilung auf der Ablenkungs-Schiene, der Dimensionen und des Gewichtes des Hilfs-Körpers für das Trägheitsmoment auf die Genauigkeit der Instrumente und die Geschicklichkeit des Mechanikers angewiesen ist, so scheint der wichtigste Umstand, der von Seite des Beobachters die Genauigkeit des Resultates am meisten beeinträchtigt, der Mangel einer genauen Zeitbestimmung für die *Schwingungsdauer* des Ablenkungs-Magnetes zu seyn. Specieell hierin nun habe ich in folgender Weise eine große Genauigkeit zu erhalten gesucht.

An meiner sehr guten Anker-Uhr habe ich einen sogenannten *Winerl'schen Secundenzähler* anbringen lassen. Dieser besteht im Wesentlichen darin, daß zwei Secunden-zeiger übereinander stehen, deren einer durch einen einfachen Druck arretirt werden kann, während der zweite weiter geht. Diesen Druck nun übt man aus in dem Augenblick, wo die mit dem Fernrohr beobachtete Nadel durch die Mittel-Lage der Schwingung geht. Den arretirten Zeiger liest man mit aller Ruhe an seinen zwei Spitzen (zur Vermeidung des Excentricitäts-Fehlers) ab;

dann drückt man ein zweites Mal, und der zurückgebliebene Zeiger springt augenblicklich wieder zu dem vorgeeilten, und die Uhr geht nach der Arretirung vollkommen so richtig wie vorher. Auf diese Weise kann man ziemlich sicher seyn, bei den einzelnen Zeit-Notirungen bis auf $\frac{1}{4}$ Secunde richtig zu beobachten, während ohne diese Vorrichtung bei Ablesung eines in Bewegung begriffenen Zeigers, den man zudem auch in dem eigentlich zu fixirenden Moment gar nicht sehen kann (weil die Nadel das Auge in Anspruch nimmt), Fehler bis zu 1 Secunde schwer zu vermeiden seyn werden. Zur Controle habe ich mehrere von meinen Schwingungsbeobachtungen der Rechnung unterzogen und mit großer Uebereinstimmung gefunden, daß der mittlere Fehler einer Zeit-Notirung = 0,118 Secunden ist, während nie ein Fehler von mehr als 0,31 Secunden vorkam.

Nebstdem aber gruppire ich die Beobachtungen in besonderer Weise, da diejenige, welche ich in Büchern vorgeschrieben fand¹⁾, unzweckdienlich zu seyn scheint. Nach dieser soll man einen Durchgang durch die Mittel-Lage notiren, und dann nach jedesmal 10 oder 20 Schwingungen wieder, aus jeder dieser Zwischenzeiten die Schwingungsdauer berechnen, und schließlich aus allen gefundenen Zahlen das Mittel nehmen. Eine oberflächliche Betrachtung zeigt, daß bei solcher Methode alle Notirungen, mit Ausnahme der ersten und letzten, aus dem Resultat vollständig herausfallen, und somit beliebigen Aenderungen unterzogen werden könnten, ohne daß das Resultat eine Aenderung erführe. Die ganze Genauigkeit beruht also dann ausschließlich auf der ersten und letzten Zeit-Notirung, so daß wirklich bei diesen eine Präcision von $\frac{1}{10}$ Secunde verlangt wird.

Statt dessen also notire ich zu Anfang hintereinander, so schnell ich kann, 18 bis 20 Durchgänge durch die Mittellage, und zwar ohne laufende Nummer, damit die ganze

1) Ich fand dieselbe in einem neueren englischen Werk von einem sonst sehr tüchtigen Fachmann.

Aufm
richte
daß
tung
teten
das
Schw
18 bi
die S
zweit
Schw
die r
zuth
und
nitive
Rech
Grup
diese
Zeit -
= $\frac{1}{17}$
geben
Gena
S
doch
mittel
diesel
kann
Ansp
W
angef
ler v
einer
cunde
dem,

Pog

Aufmerksamkeit bloß auf die Fixirung des Momentes gerichtet sey. Nur den Umstand habe ich noch im Auge, daß etwa ebensovielmals die Nadel in der östlichen Richtung beobachtet werde als in der gegen Westen gerichteten Bewegung. Dann überlasse ich gegen 20 Minuten das Instrument gänzlich sich selbst, *ohne mühsam die Schwingungen zu zählen*. Am Ende mache ich wieder 18 bis 20 Notirungen. Nachher berechne ich *angenähert* die Schwingungsdauer aus den Zahlen der ersten oder zweiten Gruppe. Dieselbe dient um die Anzahl aller Schwingungen zu bestimmen und jeder einzelnen Notirung die richtige laufende Nummer mit völliger Sicherheit zuzutheilen. Danach geben dann die Mittel aus der ersten und der zweiten Gruppe mit einander combinirt die definitive Schwingungsdauer. Zu größerer Sicherheit gegen Rechenfehler kann man noch eine kleinere Beobachtungsgruppe gegen die Mitte der Operation einschalten. Auf diese Weise erreiche ich für diese zwei Mittel aus den Zeit-Notirungen die mittlere Genauigkeit von $\frac{1}{4} \cdot \sqrt{\frac{1}{18}} = \frac{1}{17}$; oder vielmehr bei Zugrundelegung der oben angegebenen Genauigkeit einer einzelnen Zeit-Notirung, eine Genauigkeit von $0,118 \cdot \sqrt{\frac{1}{18}} = 0,0278$ Secunden.

Sollte das übertriebene Genauigkeit scheinen, so würde doch die Methode den großen Vortheil bieten, daß man mittelst Schwingungsbeobachtungen von 8 Minuten Dauer, dieselbe Genauigkeit in der Schwingungszeit erreichen kann als sonst bei Beobachtungen, welche $\frac{1}{2}$ Stunde in Anspruch nehmen.

Würde dagegen in der Weise beobachtet, welche oben angeführt worden ist, so würden im Resultat mittlere Fehler von 0,0005 sehr schwer zu vermeiden seyn, da bei einer Zeit-Notirung der Fehler kaum kleiner als 0,5 Secunden seyn würde. Man würde also sehr weit hinter dem, was man anstrebt, zurückbleiben.

Um den täglichen Gang der Uhr zu ermitteln, hatte ich freilich den unvergleichlichen Vortheil, gerade in einem astronomischen Observatorium zu beobachten. Ich verglich einige Zeit vor den Beobachtungen meine Uhr mitelst fünf Ablesungen des Winerl'schen Secundenzählers mit der Normal-Uhr des Observatoriums, und ebenso wieder nach denselben. Auf diese Weise bin ich sicher, den täglichen Gang bis auf höchstens 2 Secunden genau bestimmt zu haben.

Dabei ist aber die Vorsicht nicht zu unterlassen, daß man während der Beobachtungen und Notirungen, der Uhr niemals eine andere Lage gebe, sondern stets entweder in der verticalen oder horizontalen sie behalte, weil sonst der Gang der Uhr gerade in dem Zeitraum, auf welchen Alles ankommt, wesentlich geändert werden würde; denn die Uhren und selbst Chronometer dürften sehr selten seyn, welche in beiden Lagen stets genau denselben Gang beibehielten.

Um endlich die Fehler zu vermeiden, welche aus einer ungenauen Reduction der Ablenkungen auf die Zeit der Schwingungen entstehen könnten, machte ich bei den vollständigeren Operationen eine Ablenkungs-Messung vor den Schwingungsbeobachtungen, und eine zweite nach denselben mit etwa der gleichen Zwischenzeit. Das Mittel aus den beiden Ablenkungen I und II ist dann schon ziemlich genau reducirt auf jenen Zeitpunkt, und ein nennenswerther Fehler nicht zu fürchten. Man hat dadurch auch noch den Vortheil, daß der Temperatur-Coëfficient des Ablenkungs-Magnetes gewöhnlich ganz unberücksichtigt bleiben kann; ferner den Vortheil, daß die Ablenkung selbst genauer bestimmt wird, oder aber, daß man bei den einzelnen Ablenkungen nur bis auf 20", anstatt 14", 4, genau messen muß. Und ebenso genügt es, den Abstand des Ablenkungs-Magnetes bis auf $\frac{1}{15}$ mm, anstatt $\frac{1}{25}$ mm, genau einzustellen.

Das Magnetometer, dessen ich mich bediente, hatte einen

sehr g
direct

Es
vorge
hinrei
sis fü
Metho
unter

V
Nutz
magn
zweck
Ka

V.

(De

V
stim
chem
Eins
ten r
achtu
mung
durch
soide
mögl
nicht
bark

sehr gut getheilten Kreis mit drei Nonien von 10 Secunden directer Ablesung.

Es dürfte aus diesen Bemerkungen wenigstens das hervorgehen, daß meine Magnetometer-Messungen einen ganz hinreichenden Grad von Genauigkeit besitzen, um als Basis für eine zuverlässige Vergleichung dieser Messungsmethode mit der von Lloyd dienen zu können, wie sie unter *C* durchgeführt worden ist.

Vielleicht haben dieselben noch einen weitergehenden Nutzen durch Förderung einer größeren Genauigkeit der magnetischen Messungen. Damit würde ich den Hauptzweck der gegenwärtigen Studien erreicht haben.

Kalksburg im Frühjahr 1874.

**V. Die Magnetisirungsfuction einer Kugel aus weichem Eisen;
von Dr. Carl Fromme,**

Assistenten am physikalischen Institut in Göttingen.

(Der Königl. Gesellsch. der Wissensch. zu Göttingen mitgetheilt am
7. März 1874.)

Vorliegende Untersuchung verfolgte den Zweck der Bestimmung der Magnetisirungsfuction einer Kugel aus weichem Eisen, d. h. des durch eine magnetisirende Kraft Eins in einer Kugel von der Einheit des Volumens erzeugten magnetischen Moments und zwar erstens durch Beobachtungen an der Kugel, während alle früheren Bestimmungen am Rotationsellipsoid ausgeführt waren, zweitens durch Beobachtungen an sehr gestreckten Rotationsellipsoiden, cylindrischen Stäbchen, die durch Abschleifen eine möglichst ellipsoidische Form erhalten hatten, um den noch nicht bekannten Verlauf gegen die Gränze der Magnetisirbarkeit zu ermitteln.

Die magnetisirende Kraft war dargestellt durch eine vom galvanischen Strom durchflossene Spirale von Kupferdraht, welche alle Bedingungen der Constanz der magnetisirenden Kraft erfüllte. Die magnetischen Momente wurden aus der Ablenkung eines mit Fernrohr und Scale beobachteten magnetisirten Stahlspiegels berechnet. Der Einfluß der Magnetisirungsspirale auf den Spiegel war durch eine Compensationsspirale aufgehoben, dagegen wurde die geringe Induction der letzteren auf den zu prüfenden Eisenkörper immer durch besondere Rechnung ermittelt.

Es wurden vier Kugeln benutzt von folgendem Volumen und specifischem Gewicht:

I	36157 Cubikmm.	7,718
II	35344	7,739
III	14487	7,815
IV	13984	7,824

und es ergaben sich als Mittel aus allen Beobachtungen nachstehende Werthe der Function p und der zugehörigen magnetisirenden Kraft P .

I		II		III		IV	
p	P	p	P	p	P	p	P
0,23848	223,25	0,23854	212,17	0,24169	222,24	0,24329	323,77
0,23923	283,16	0,23944	282,2	0,24352	278,71		
				0,24416	351,17		
0,24144	420,55	0,24159	443,7	0,24445	447,53		

Hieraus lassen sich folgende Sätze ableiten.

Die Function p ist innerhalb des Bereichs der Beobachtungen für jede einzelne Kugel bis auf 1 Proc. constant. Dieß stimmt überein mit dem von Riecke (diese Annal. Bd. CXLIX, S. 470), aber für magnetisirende Kräfte zwischen 8 und 40000, aufgestellten Satze.

Dagegen ergibt sich ein Mittelwerth $p = 0,24163$ zwi-

schen
selben
Ri
gen
mit w
Maxim
und P
Ein
II und
schwa
vereini
übersc
Zunahr
und II
der A
Berück
als bei
Functi
bei III
Nähe
Erw
Kugeln
mina
leicht
function
Gewicht
Maximu
höherem
Zwi
entsche
vorliege
den die
die Ans
fertigen
1) Nach
an I
Pflanz
Anna

schen den Gränzen $208 < P < 512$, während Riecke denselben für $8 < P < 40000$ auf $p = 0,2372$ bestimmt hatte.

Riecke hatte ferner aus den vorhandenen Beobachtungen auf eine Zunahme der Function zu einem Maximum mit wachsender magnetisirender Kraft geschlossen. Der Maximalwerth sollte $p = 0,2382$ seyn und zwischen $P = 20000$ und $P = 30000$ eintreten.

Eine Zunahme zeigt sich nun auch bei den Kugeln I, II und III, wenig ersichtlich dagegen bei IV, weshalb die schwankenden Werthe hier zu einem einzigen Mittelwerth vereinigt sind. Der Werth $p = 0,2382$ aber wird weit überschritten. Man bemerkt schliesslich, daß die einer Zunahme $\delta P = 1$ entsprechende Aenderung von p bei I und II noch in der Zunahme, bei III dagegen schon in der Abnahme begriffen ist, und man wird hieraus und in Berücksichtigung der kleineren Werthe von p bei I und II als bei III und IV folgern, daß bei ersteren Kugeln die Function noch weiter von ihrem Maximum entfernt ist, als bei III und IV, bei welch letzterer das Schwanken die Nähe des Maximums anzuzeigen scheint.

Erwägt man nun aber weiter, daß die Reihenfolge der Kugeln I, II, III, IV zugleich die Reihenfolge ihrer Volumina und ihrer specifischen Gewichte ist, so wird man leicht zu dem Schluß geführt, daß „die Magnetisirungsfunction p von dem Volumen oder von dem specifischen Gewicht der Kugel abhängt, in der Weise, daß sie ihr Maximum schneller bei kleinerem Volumen oder bei größerem specifischen Gewicht erreicht.

Zwischen dieser Alternative werden weitere Versuche entscheiden müssen. Ist jedoch auch die Frage aus den vorliegenden Beobachtungen nicht zu beantworten, so werden die erzielten Resultate doch hinreichend genügen, um die Anstellung der Beobachtungen an der Kugel zu rechtfertigen¹⁾.

1) Nachdem ich schon im März dieses Jahres vorliegende Abhandlung an Hrn. Prof. Poggendorff eingesandt hatte, wurde ich gegen Pfingsten durch die Notiz des Hrn. Stoletow im Februarheft dieser Annalen: „Ueber die Magnetisirungsfunction verschiedener Eisen-

Bei dem zweiten Theil der Untersuchung wurden Stäbe benutzt, in der Dicke zwischen 4 und 2^{mm}, in der Länge zwischen 78 und 220^{mm}, im specifischen Gewicht zwischen 7,67 und 7,61 schwankend. Die Stäbe waren verschiedenen Drähten entnommen, stammten auch nicht alle aus

körper“ zu der Einsicht gebracht, daß meine Resultate mit den aus der Theorie zu ziehenden Folgerungen in offenbarem Widerspruch stehen.

Ich habe deshalb meine Versuche einer nochmaligen Prüfung unterworfen und, da ich hierbei auf keinerlei Anhaltspunkte kam, schließelich noch einige Controlversuche angestellt.

Zum besseren Verständniß wird es jedoch nöthig seyn, zu dem oben Gesagten noch zwei Bemerkungen nachzutragen:

Die Magnetisirungsspirale hatte 6 Windungslagen, von denen den gleichen Draht die Lagen 1, 2 und 3 — 4 — 5 und 6 — besaßen. Benutzt wurden die Combinationen 1 bis 3, 1 bis 4 und 1 bis 6. Die gegebenen Werthe von p sind nun die Mittel aus diesen drei Beobachtungsreihen. Dieselben sind jedoch in quantitativer Beziehung nicht äquivalent, vielmehr sind die aus der Benutzung von 1 bis 3 folgenden Werthe für dieselbe magnetisirende Kraft am kleinsten, die aus 1 bis 4 am größten, während die aus der letzten Combination folgenden wieder etwas kleiner sind. Da ich bis jetzt noch keine Erklärung für diese Abweichungen gefunden habe, so bin ich geneigt, irgend eine schlechte Isolirung in der Umspinnung der vierten Windungslage anzunehmen.

Der Halbmesser der Tangentenbussole konnte durch Vergleichung mit einer Bussole von bekanntem Radius — die Gründe sowie alle genaueren Angaben siehe in der Originalabhandlung, Göttingen bei Peppmüller — nicht mit genügender Genauigkeit bestimmt werden, es war deshalb der durch die directe Messung des Umfangs erhaltene Radius den Berechnungen zu Grunde gelegt.

Die Controlbeobachtungen nun wurden mit einer Bussole von genau bekanntem Radius angestellt. Sie ergaben unverändert:

- 1) Die aus der Benutzung der verschiedenen Windungslagen der Magnetisirungsspirale hervorgehenden Abweichungen,
- 2) die Verschiedenheit der Werthe von p bei den großen und kleinen Kugeln.

Dagegen zeigt sich, daß die Werthe von p alle bedeutend kleiner als früher ausfallen, so daß, wenn man nur die Versuche mit den Windungslagen 1 bis 3 beachtet, diese vielleicht nicht mehr mit der Theorie collidiren werden.

Die aus je zwei Beobachtungen abgeleiteten Mittelwerthe sind nämlich:

derselben Fabrik. Durch die starke Verminderung der Dicke neben möglichster Vergrößerung der Länge wurde die Constante der Ellipsoide, welche von der reciproken Excentricität σ abhängig und durch den Ausdruck

$$C = 4\pi\sigma(1 - \sigma^2) \left(\frac{1}{2} \lg \frac{\sigma + 1}{\sigma - 1} - \frac{1}{\sigma} \right)$$

definirt ist, bis auf 0,0045 herabgedrückt, wodurch eine bedeutende Steigerung der magnetisirenden Kraft herbeigeführt wurde. Ebenfalls zur Erzielung möglichst starker magnetisirender Kräfte war die Spirale besonders angefertigt und namentlich der benutzte Draht nach der auf dem Wege der Rechnung gefundenen Dicke passend gewählt worden. Soll die magnetisirende Kraft bei gegebener Windungsfläche der Spirale ein Maximum erreichen, so muß der Draht von der Dicke

$$J = \sqrt[3]{\frac{k L U}{\pi w}}$$

seyn, d. h. direct proportional den dritten Wurzeln aus dem specifischen Leitungswiderstand, der Länge und dem Umfang der Spirale, umgekehrt proportional den dritten Wurzeln aus der Zahl π und dem Widerstand der übrigen Leitung.

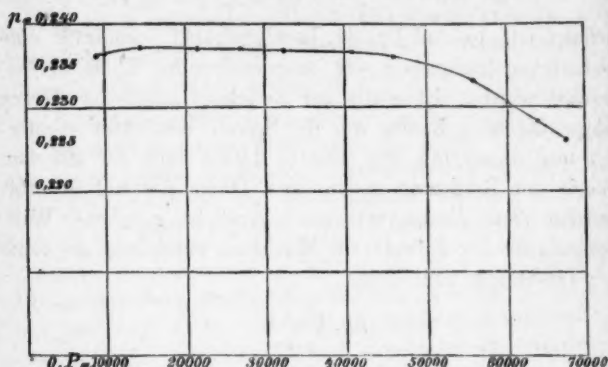
Die Beobachtungen ergaben nun Folgendes.

Die Neumann-Kirchhoff'sche Theorie, welche die magnetischen Momente verschieden gestreckter Rotationsellipsoide durch die Größe C verknüpft, findet ihre volle Bestätigung durch die Beobachtungen, bei denen die mag-

	P	p
I	171,7	0,2363
II	172,5	0,2355
III	172,7	0,2393
IV	172,6	0,2375.

Der Kugel III entsprechende Werth 0,2393 ist das Mittel aus 0,2384 und 0,2403, wovon aber sehr wahrscheinlich der letztere falsch ist. Bei dieser Annahme würde demnach keiner der Werthe das theoretische Maximum von 0,2387 erreichen oder überschreiten, wohl aber würden die beiden letzten, Kugel III und IV entsprechenden Werthe, demselben sehr nahe kommen.

netisirende Kraft den Werth 58000 nicht überschreitet. Von da an machen sich Abweichungen zwischen den verschiedenen Stäben zugehörigen Werthen von p bemerkbar, die aber zum großen Theil wohl in der Schwierigkeit der Beobachtung mit so starken Strömen ihre Erklärung finden.



Die Tafel giebt die Mittelwerthe von p aus sämmtlichen Stäben, dargestellt als Function der magnetisirenden Kraft P .

Das Maximum von p tritt schon vor $P = 20000$, etwa bei 15000, ein und scheint schon bei $P = 20000$ in eine Abnahme überzugehen. Der größte vorkommende Werth aber ist $p = 0,23765$. Die höchste erreichte Kraft ist $P = 68420$ mit dem zugehörigen $p = 0,22384$. Dieselbe übersteigt um beiläufig 10000 die größten bis dahin erreichten Kräfte, und es scheint, als ob sie eben nicht weit von der mit den jetzigen Magnetisirungsmitteln überhaupt erreichbaren entfernt seyn wird. Als charakteristisch für die vorliegenden Beobachtungen, als das, wodurch sie sich von den früheren wesentlich unterscheiden, ist endlich hervorzuheben, daß die Function p sich in bedeutend engeren Gränzen bewegt. Während z. B. aus den Beobachtungen von v. Quintus Icilius ein Maximum von $p = 0,2382$ folgt und für $P = 58490$ ein $p = 0,2203$, giebt Stab I einen größten vorkommenden Werth $p = 0,2376$ und den $P = 58490$

entsprechenden zu $p = 0,23236$. In dieser Hinsicht nähern sie sich den Beobachtungen Stoletow's, von denen sie sich in Bezug auf die absolute GröÙe der Werthe von p wieder mehr als von den übrigen entfernen.

Das umfangreiche Beobachtungsmaterial wurde weiter dazu benutzt, den Verlauf der magnetischen Momente der Volumeneinheit, also des Products $p \cdot P$, zu untersuchen, um namentlich über den wichtigen Punkt der Annäherung an das Maximum, sowie über den Werth desselben Aufschluß zu erhalten. Wurden die Producte $p \cdot P$ für gleichweit aus einander liegende P gebildet, so zeigte sich immer eine Zunahme der GröÙe des Products, aber eine regelmäßige Abnahme der ersten, eine Zunahme der zweiten Differenzen.

„Das magnetische Moment der Volumeneinheit nähert sich also asymptotisch einem Maximum“.

Wenn nun auch das Maximum selbst nicht erreicht wurde, so war es doch nicht schwer, aus den gegebenen Beobachtungen seinen Werth und seine Lage zu berechnen.

Es ergab sich der Maximalwerth, bezogen auf die Volumeneinheit

$$m = 16800,$$

bezogen auf die Gewichtseinheit

$$M = 2200,$$

eintretend bei der magnetisirenden Kraft $P = 85000$.

Mit diesem Werth stimmt nicht schlecht der von von Waltenhofen als Mittel aus neun Werthen, die von fünf verschiedenen Beobachtern nach den verschiedensten Methoden und mit den verschiedensten Stäben und Spiralen gefunden waren, (d. Ann. Bd. 137, S. 518) gegebene Werth

$$M = 2125,$$

wogegen der von Riecke vom Standpunkt der Moleculartheorie berechnete (s. vorher)†

$$m = n\mu = 14200$$

nach den vorliegenden Beobachtungen schon einer magne-

tisirenden Kraft $P = 62000$ entspricht und bei $P = 68000$ bereits um 900 überschritten ist.

Ich will schliesslich noch die Sätze angeben, welche ich aus der Beobachtung der remanenten Momente abgeleitet habe:

„Das remanente Moment eines Rotationsellipsoids aus weichem Eisen nimmt mit wachsender magnetisirender Kraft zuerst zu, erreicht ein Maximum, um sodann wieder abzunehmen. Die Grösse des Maximums, sein Eintritt, sowie die Abnahme des Moments nach demselben stehen sämmtlich im umgekehrten Verhältniß zu der Constanten C , welche von der Excentricität abhängt und desto kleiner wird, je mehr diese wächst. Das Maximum des remanenten Moments ist bei sämmtlichen Stäben zu beobachten, es tritt überall vor dem des temporären ein“.

„Das Verhältniß des temporären Moments zum remanenten nimmt anfangs ab bis zu einem Minimum, dessen Eintritt mit dem Maximum des remanenten zusammenfällt, um sodann zuzunehmen. Die Grösse des Verhältnisses ist umgekehrt proportional einer Function der Excentricität des Rotationsellipsoids“.

VI. *Apparat zur Demonstration der Eigenschaften von Dämpfen;* von Dr. L. Bleekrode.

Die höchst bedeutende Stellung, welche jetzt die mechanische Wärmetheorie bei dem physikalischen Unterricht einnimmt, läßt es sehr wünschenswerth erscheinen, ihre Ergebnisse so viel wie möglich in experimenteller Weise darstellen zu können.

Besonders findet diese Theorie eine ausgedehnte Anwendung bei der Lehre von Dämpfen, und ich habe daher einen Apparat anzufertigen versucht, womit ihre sämtlichen Eigenschaften in großem Maasstabe und in bequemer Weise angezeigt werden; da ich schon öfter denselben bei öffentlichen Vorträgen mit vielem Erfolge benutzt habe, möchte es also von Interesse seyn, die Einrichtung in weiterem Kreise bekannt zu machen.

Der Apparat, welcher in Taf. VII im Durchschnitt (Fig. 5) und in horizontaler Projection (Fig. 6) abgebildet ist, besteht aus einem kupfernen Dampfkessel *ABC* (Höhe = 22 Cm., oberer Durchmesser = 20 Cm.), welcher von einem eisernen Mantel getragen wird; in diesen wird zur Heizung ein Bunsen'scher Gasbrenner mit sechs Flammen gestellt, welcher ausreicht, um in einer Viertelstunde Dampf von 2 Atm. Spannkraft zu erzeugen; bei den Versuchen kann diese aber ohne Gefahr bis zu 5 Atmosphären gesteigert werden. Auf dem Deckel sind weiter eine Menge von Hilfsapparaten angebracht; also in *DE* das Sicherheitsventil, durch die Oeffnung *D* wird zugleich der Kessel gefüllt und der Wasserstand an dem Peilglase in *F* beobachtet. In *G* ist eine kleine Röhre eingelassen und mit Quecksilber gefüllt; darin wird das Thermometer eingetaucht. In *M* ist ein Metallmanometer aufgestellt, und in *N* ebenfalls ein Manometer, aber mit comprimierter Luft.

Der Dampfstrahl wird hervorgebracht, indem der Dampf mittelst der Röhre *N* (welche mit einem doppelt durchbohrten Hahne versehen ist) in die Luft ausströmt; also ist es möglich entweder eine verticale oder eine horizontale Richtung zu geben. In letzterem Falle kann in *L* das Gefäß zugesetzt werden, welches mit Wasser gefüllt ist; nicht Dampf, sondern ein Wasserstrahl tritt alsdann aus, und die Wirkung des Giffard'schen Injectors wird angezeigt. Nachdem läßt sich dieses Gefäß wieder entfernen, um bei *L* die Zuleitungsröhre einer Dampfmaschine anschrauben zu können; der Dampfstrahl muß also Ar-

beit erzeugen, bevor er ausströmen kann. Schließlich ist (in der horizontalen Projection bei *H*) eine Locomotiv-Dampfpfeife auf dem Kessel auch vorhanden.

Wir können also mit dem beschriebenen Apparat die folgenden Versuche anstellen:

- I. Die Wirkung des Sicherheitsventils;
- II. Die Spannkraft des Dampfes in Beziehung zur Temperatur (Regnault'sches Gesetz);
- III. Das Sieden des Wassers bei erhöhtem Druck;
- IV. Die latente Wärme des Dampfes (indem der Dampf in Wasser geleitet wird) und die Dampfheizung;
- V. Die ziemlich niedrige Temperatur des Dampfstrahles beim Austritt in die Luft;
- VI. Das Erzeugen eines luftverdünnten Raumes vermittelst des Dampfstrahles (indem man in *E* ein flaches blechernes Gefäß anschraubt, das mit Dampf gefüllt wird, und nach Condensation bald von der Luft sehr vernehmlich eingedrückt wird).
- VII. Der Giffard'sche Injector;
- VIII. Das Erzeugen des Schalles durch Dampf (zur Erläuterung der Dampfpfeife und des Nebelhorns).
- IX. Das Aetzen auf Glas vermittelst Sand nach dem Verfahren von Tilghmann. (Dazu läßt man den Strahl in horizontaler Richtung austreten und stellt auf seinem Wege dicht neben die Ausströmungsöffnung einen großen Trichter mit trockenem Sande gefüllt. Dieser fällt in verticaler Richtung, wird aber von dem Dampf fortgerissen und trifft eine vorgehaltene Glasscheibe; mit 3 oder 4 Atmosphären Druck gelingt dieser Versuch sehr schön.)
- X. Die Elektrizitätserzeugung durch Dampf (Princip der Dampf-Elektrisirmaschine).
- XI. Arbeit wird durch Wärme vermittelst des Dampfstrahles hervorgebracht (durch Verbindung mit einer kleinen Dampfmaschine).

Aus den erwähnten Versuchen wird es klar seyn, daß dieser Apparat, besonders bei der Lehre von der Wärme,

eine ebenso bedeutende Stelle einnehmen kann, als die Luftpumpe oder die Elektrisirmaschine usw. in anderen Abtheilungen des physikalischen Unterrichts.

Haag im März 1874.

VII. Ueber Glycerin-Krystalle; von Victor v. Lang.

(Aus den Sitzungsber. der Wiener Akad. Bd. 59, Abth. II. (1874).)

Herr Dr. K. Sarg hatte verflossenen Winter die Güte, mir aus seiner Fabrik mehrere Gläser mit krystallisirtem Glycerin zur Untersuchung zu übermitteln. Obwohl nun diese Krystalle, so lange sie sich in der Mutterlauge befinden, prachtvoll spiegeln, war ihre Untersuchung doch mit grossen Schwierigkeiten verknüpft. An die Luft gebracht, runden sich diese Krystalle allsogleich ab, zerfliessen, wenn auch langsam, und machen so die Anwendung des Reflexions-Goniometers unmöglich. Da die Krystalle auch noch hemiëdrisch ausgebildet sind, so wäre ihre Bestimmung wohl ganz unmöglich gewesen, wenn sie nicht bis zu riesigen Dimensionen anwachsen würden, so daß die Winkel wenigstens näherungsweise durch das Anlegegoniometer bestimmt werden konnten. Die gefundenen Resultate folgen.

Krystallsystem: rhombisch.

Elemente: $a : b : c = 1 : 0,70 : 0,66$.

Formen: 100, 011, 101, 111.

Normalenwinkel:

	Berechnet	Beobachtet
$101.100 =$	$56^{\circ} 45'$	57°
$101.101 =$	$66\ 30$	$66\frac{1}{2}$
$011.011 =$	$93\ 36$	—

	Berechnet	Beobachtet
$011.101 =$	$52\ 26'$	51°
$111.100 =$	$64\ 24$	—
$111.011 =$	$25\ 36$	26
$111.01\bar{1} =$	$93\ 15$	—
$111.101 =$	$38\ 0$	38
$111.\bar{1}01 =$	$71\ 41$	—
$111.\bar{1}11 =$	$51\ 12$	—
$111.\bar{1}1\bar{1} =$	$104\ 0$	—
$111.11\bar{1} =$	$82\ 26$	—

Combinationen. Die Krystalle sind verlängert nach der Axe b ; Fig. 1 giebt ein Bild der größeren Krystalle mit sämtlichen angegebenen Formen. An den durch Fig. 2

Fig. 1

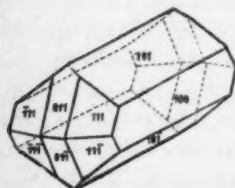
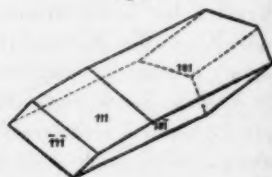


Fig. 2



dargestellten kleineren Krystallen kommen nur die Formen 101 und 111 vor, letztere aber hemiëdrisch.

Da nun die Krystalle meist mit dem hinteren Ende aufgewachsen sind, so sehen solche hemiëdrische Krystalle ganz monoklinisch aus. Für die Richtigkeit des angegebenen Krystall-Systems spricht jedoch auch die optische Untersuchung.

Spaltbarkeit: unvollkommen senkrecht zur Längsaxe, also parallel einer Fläche 010 .

Optisches Verhalten: Spaltungsstücke senkrecht zur Längsaxe zeigen, daß die Ebene der optischen Axen durch den spitzen Winkel des Prismas 101 geht und daß die Axe dieses Prismas parallel der größten Elasticitätsaxe verläuft. Wahrscheinlich ist diese Axe auch die erste

Mittellinie, obwohl die Axenbilder schon außerhalb des Gesichtsfeldes liegen. Schief geschnittene Platten zeigen, daß der negative Winkel der optischen Axen für rothes Licht kleiner ist als für violettes. Die optische Orientirung ist daher gegeben durch die Symbole

$$c \underline{a} b, \varphi < v.$$

VIII. *Wirkungen eines Blitzschlages am Martins-Kirchthurm; von Ed. Hagenbach.*

(Aus d. Berichten d. Baseler Gesellsch.; vom Hrn. Verf. mitgetheilt.)

Am 18. Juli 1873 Abends 10½ Uhr schlug der Blitz in den Thurm der Martins-Kirche und entzündete das Gebälk unter dem Kupferdach des kleinen Thürmchens, das auf dem Dach über den Glocken sitzt. Schnelle Hülfe konnte zwar das weitere Umsichgreifen des Feuers, aber nicht das vollkommene Verkohlen des genannten Gebälkes verhindern. Am darauf folgenden Morgen begab ich mich an Ort und Stelle, um die Blitzwirkungen zu untersuchen; über einige Punkte habe ich dann noch nachträglich von Hrn. Stadthuhrenmacher Säuberlin und Hrn. Brunnmeister Schmidtmann Auskunft erhalten. Der Blitz traf offenbar zuerst den auf der Spitze des Thurmes sitzenden Hahn aus vergoldetem Kupferblech, indem derselbe an drei Stellen, nämlich an der einen Spitze des Kammes und an zwei Punkten seitlich am Kopfe deutliche Spuren von Schmelzung zeigte. Die Eisenstange, auf welche der Hahn als Windfahne aufgesteckt war, ging ins untere Gebälk, ohne mit dem das Dach bedeckenden Kupfer in leitender Verbindung zu seyn. Aus diesem Umstande ist es wohl zu erklären, daß der Blitz im Gebälke übersprang und zündete und dann seine Ableitung längs der

Stange nahm, welche die Zeiger oben im Thurm mit dem weiter unten gelegenen Uhrwerk in Verbindung setzt. Einige Elektrizität mag vielleicht auch über das Kupferdach und von da durch den Blitzableiter direct in den Boden gegangen seyn; doch jedenfalls nur ein verhältnißmäßig geringer Theil, da der Blitz einen kleinen Zwischenraum zwischen der den Hahn tragenden Stange und der das Kupferdach abschließenden Kugel überspringen mußte und da ferner der Blitzableiter aus in einander gehängten Eisenstangen bestand, die an den Verbindungsstellen durch dicke Oxydschichten getrennt waren, und somit nur sehr schlecht seine Bestimmung der Ableitung erfüllen konnte. Von der Zeigerstange sprang der Blitz ab an die Telegraphenleitung der im Thurm zur Controlle der andern Uhr angebrachten elektrischen Uhr an einer Stelle, wo die beiden Drähte, d. h. der Uhrzuleitungsdraht, nahe an einer eisernen Traverse vorbeistrichen, welche die Zeigerstange mit einem Balken in Verbindung setzte. Von hier aus folgte die Elektrizität den Drähten nach beiden Seiten hin, nämlich einerseits in beiden Drähten nach der elektrischen Uhr, die etwas über zwei Meter weit von der Wand fortgeschleudert wurde, und andererseits im Bodenleitungsdraht nach der Gasleitung im Innern der Kirche und im Uhrzuleitungsdraht nach der Hauptleitung des betreffenden Uhrbezirkes, von welcher die Zweigleitungen nach den einzelnen Uhren abgehen. Die Elektrizität, welche der Bodenleitung folgte, hat im Boden ihre Wirkung noch dadurch geltend gemacht, daß sie von der Gasleitung an die Wasserleitung übersprang und in Folge des auf das Wasser ausgeübten Stosses einen mit einer engen Einsatzröhre versehenen Zapfen hinaustrieb, welcher die Bestimmung hatte, dem Brunnen im Hof des Hrn. von der Mühl-Ryhiner gehörenden Hauses auf der Eisengasse das nöthige Wasser zuzumessen. Die Folge davon war, daß mit dem Blitzschlage der Brunnen zu St. Martin zu fließen aufhörte und alles Wasser der Wohnung des Hrn. von der Mühl zufließt und eine

Ueberschwemmung des Hofes bewirkte. Die Elektrizität, welche dem Zuleitungsdrahte folgte, ging wohl zum größten Theil durch die Blitzplatte des Regulators auf dem Stadthaus in den Boden; es zeigte deshalb dieselbe an einer Spitze Schmelzwirkung. Außerdem gingen Entladungen durch die verschiedenen Uhrenzweigleitungen nach dem Boden; in Folge dessen standen vier Uhren still und ihre Spulen zeigten bei näherer Untersuchung Schmelzwirkungen; die andern Uhren der gleichen Linie gingen nachher zwei Minuten nach.

Am interessantesten war die Wirkung, welche die Entladung in den mit Guttapercha überzogenen und mit Baumwolle übersponnenen Leitungsdrähten hervorbrachte.

Nach der Seite der Uhr ging die schwächere Entladung; auf dieser Seite waren deshalb die Drähte auch nicht verändert; nur in der Uhr selbst waren sie zerstört. Nach der andern Seite waren sowohl im Zuleitungs- als im Bodenleitungsdraht sehr auffallende Zerstörungen zu beobachten. Der Draht war losgerissen und lag in einzelnen etwa ein Decimeter bis ein Meter langen Stücken auf dem Boden herum. Auf den ersten Anblick zeigten diese Drahtstücke keine bedeutende Veränderung; bei näherer Betrachtung merkte man aber bald, daß sie ihre Steifigkeit verloren hatten, und eine nähere Untersuchung zeigte, daß sie nur noch aus der Guttaperchahülle und der darüber gesponnenen Baumwolle bestanden, während das gesammte Kupfer bis auf wenige Spuren verschwunden war. Wenn man die Guttaperchahülle aufschneidet, so war der feine Kanal, den das Kupfer ausgefüllt hatte, ganz glatt, und die Guttaperchahülle zeigte keine Spur von Schmelzung oder sonstiger Veränderung; nur an einigen Stellen, die bald in kleineren Entfernungen von etwa ein Centimeter, bald in größeren von mehreren Centimetern von einander abstanden, war sowohl die Guttaperchahülle als die Baumwollenumspinnung einige Millimeter weit aufgerissen; es waren dieß offenbar die Löcher, durch welche das Kupfer ausgetreten war; einige

Ueberbleibsel von Kupfer, die in den meisten dieser Oeffnungen steckten, gaben davon deutlich Zeugniß. Diese kleinen Kupferüberreste zeigten fast alle unverkennbare Spuren von Schmelzung, so daß man annehmen muß, daß wenigstens in den meisten Fällen das Kupfer im geschmolzenen Zustande hinausgeschleudert wurde; nur ausnahmsweise waren kleine Drahtstücke mit scharfen Kanten zu finden, die neben den schon beschriebenen Umständen auch noch einen Beweis dafür abgeben mögen, daß die mechanische Wirkung beim Hinausschleudern, ich möchte fast sagen beim Hinausblasen des Kupfers wesentlich die Wärmewirkung unterstützt hat. Der Umstand, daß das Kupfer so vollkommen aus den auf längere Strecken ganz unversehrt gelassenen Guttaperchahüllen verschwand, ist ein sprechender Beweis dafür, daß die sehr intensive Entladung auf eine sehr kurze Zeit beschränkt war; das geschmolzene Kupfer war schon fort, bevor seine Wärme an die umgebende Hülle übergehen konnte.

Folgendes verdient noch besonders hervorgehoben zu werden:

Auf einer Strecke von etwas über drei Meter waren die beiden isolirten Drähte zum Schutz in eine Bleiröhre gelegt. Auf dieser ganzen Strecke war das Kupfer in den Drähten ganz unverändert, während die Guttaperchahülle in einzelnen Stellen deutliche Schmelzung zeigte. Man kann dies dadurch erklären, daß man annimmt, es habe hier der den Draht umgebende Leiter entsprechend den Versuchen von Faraday, Siemens etc. in der Art gewirkt, daß auf dieser Strecke die gleiche Elektrizitätsmenge in einem schwächern, aber dafür länger andauernden Strome sich entlud; der Draht kam dabei ins Glühen, ohne zerstört zu werden, und fand Zeit, seine Wärme an die umgebende Hülle abzugeben.

IX

D

ent
Au
sch
ges
Kla
sch
ten
von
abh
der
der
Ein

Que

sch
Dic
Ges
bew
wir
seit

mit

" Th
wel
in S
hab

1)

IX. *Erwiderung auf die von Hrn. Herweg
gemachte Bemerkung zu dem Aufsätze:
„Ueber die Natur der Elektrizität“;
von E. Edlund.*

Die Bemerkung des Hrn. Herweg¹⁾ scheint dadurch entstanden zu seyn; daß vielleicht in meinem erwähnten Aufsätze der Unterschied zwischen der Bewegungsgeschwindigkeit der Aethermoleculé und der Fortpflanzungsgeschwindigkeit dieser Bewegung mit nicht hinreichender Klarheit hervorgehoben ist. Die Intensität des galvanischen Stromes ist von der ersten dieser Geschwindigkeiten, d. h. von der Bewegungsgeschwindigkeit, aber nicht von der zweiten oder der Fortpflanzungsgeschwindigkeit abhängig. Wenn die Stromstärke i , die Aethermenge in der Volumeneinheit δ und die Bewegungsgeschwindigkeit der Aethermoleculé in einem Leiter von dem Querschnitte Eins h genannt werden, so hat man $i = \delta h$. Ist der Querschnitt n , so ist $i = n \delta \frac{h}{n}$. Die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Bewegung hängt von der Elasticität und Dichtigkeit des Aethers ab, ist aber unabhängig von der Geschwindigkeit, mit der die Aethermoleculé im Strome bewegt werden. Beachtet man diesen Unterschied, so wird die Bemerkung des Hrn. Herweg vollkommen beseitigt.

Mit genügender Vollständigkeit wird alles, was hiermit in Zusammenhang steht, entwickelt in meiner Schrift: „*Théorie des phénomènes électriques*“ Stockholm 1874, welche in der Verlagshandlung von Norstedt et Söner in Stockholm und bei Hrn. Brockhaus in Leipzig zu haben ist.

1) Diese Annalen Bd. 150, S. 623.

X. Ueber das Drehvermögen der unterschwefelsauren Salze.

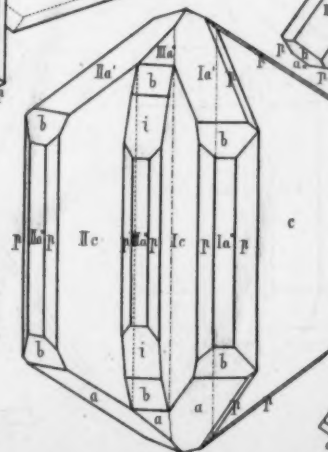
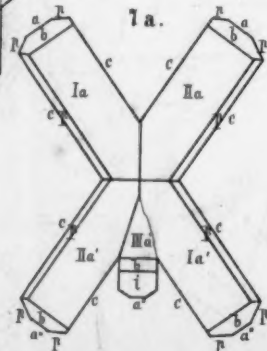
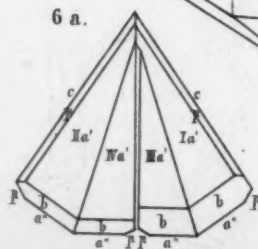
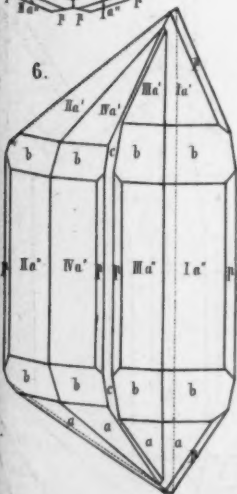
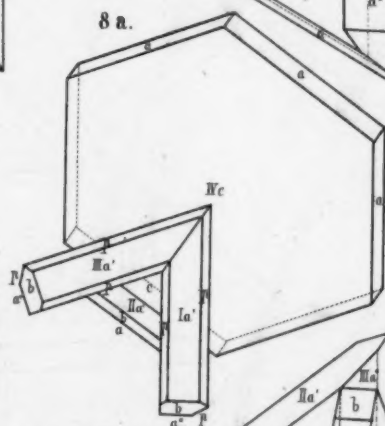
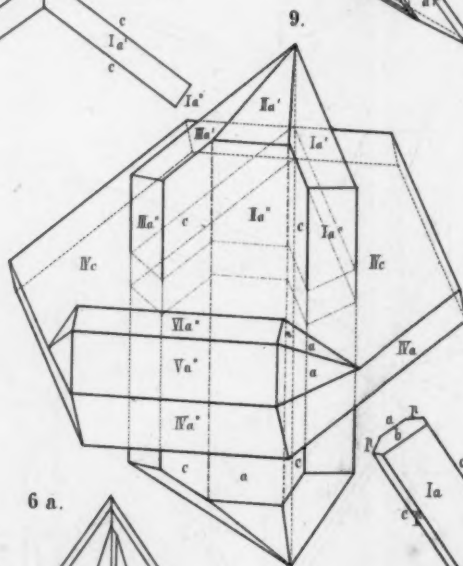
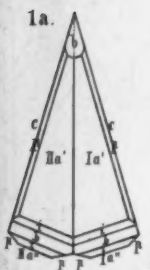
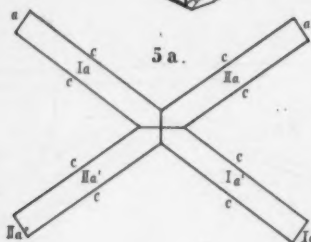
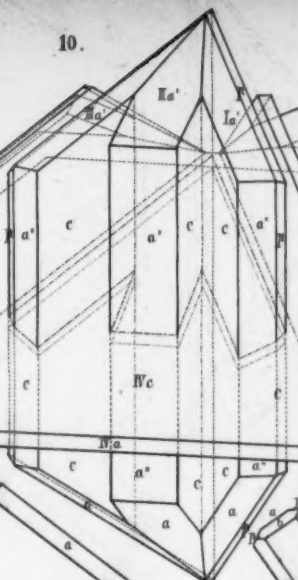
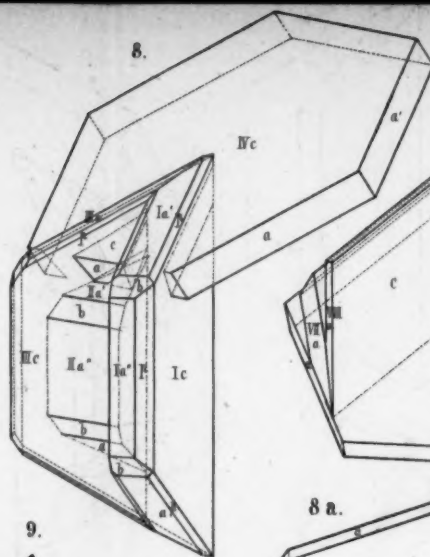
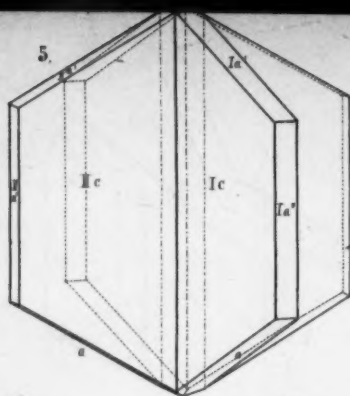
In dem *Compt. rend. T. LXXVII, p. 1839* bestätigt Hr. Bichat zunächst die Angabe Pape's (*Ann. Bd. 139, S. 124*), daß die Hyposulfate von Kali, Blei, Kalk und Strontian (entgegen den früheren Beobachtungen De Senarmont's) wirklich Drehvermögen besitzen. Er findet, wenn das Drehvermögen des Quarzes zu 100 angenommen wird, das des Kalisalzes = 40, das des Bleisalzes = 21 und das des Strontiansalzes = 8. Er stimmt auch darin mit Pape überein, daß die Krystalle des Kalisalzes nicht zweiaxig sind, wie es Rammelsberg und Gmelin angaben, sondern einaxig, dem regulären Hexagonalsysteme angehörend.

Dagegen ist es Hrn. Bichat geglückt, die von Pape geläugnete Hemiëdrie (die sonst nach allgemeiner Erfahrung immer mit einem Drehvermögen verknüpft ist) durch Auffindung kleiner plagiëdrischer Facetten auch bei den Hyposulfaten, namentlich dem Kali- und Bleisalz, nachzuweisen. Wenn die großen Krystalle des Kalisalzes von Natur keine hemiëdrischen Flächen zeigen, so, sagt Hr. B., besitzen sie dieselben gewiß im Innern, denn sie lassen sich nach dem Verfahren des Hrn. Pasteur künstlich immer leicht hervorrufen.

fel-

Hr.
139,
und
Se-
adet,
om-
alzes
auch
isal-
me-
onal-

ape
rfab-
durch
des
nach-
von
r. B.,
assen
stlich



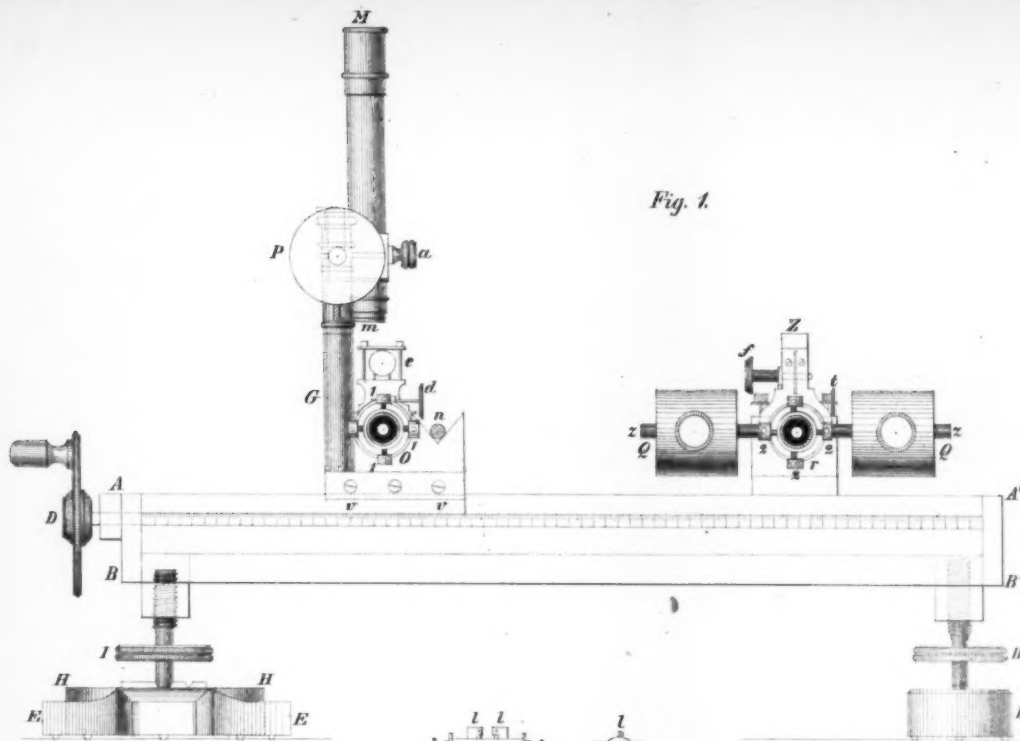


Fig. 1.

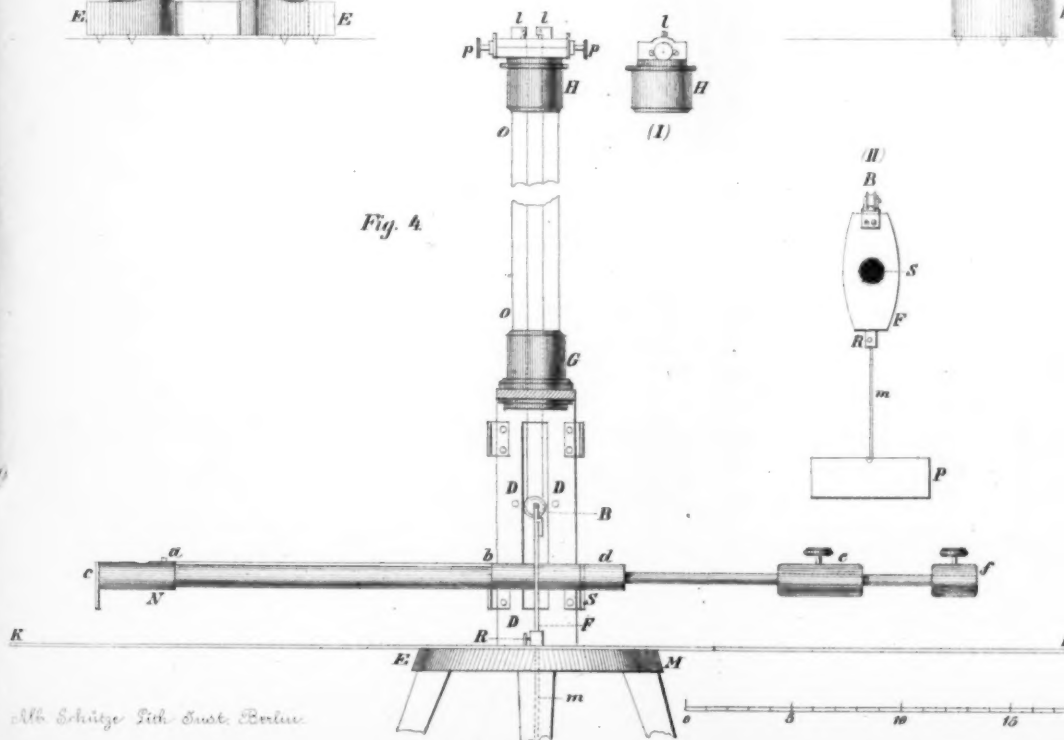


Fig. 4.

Alth. Schütz & Co. Berlin.

Fig. 3.

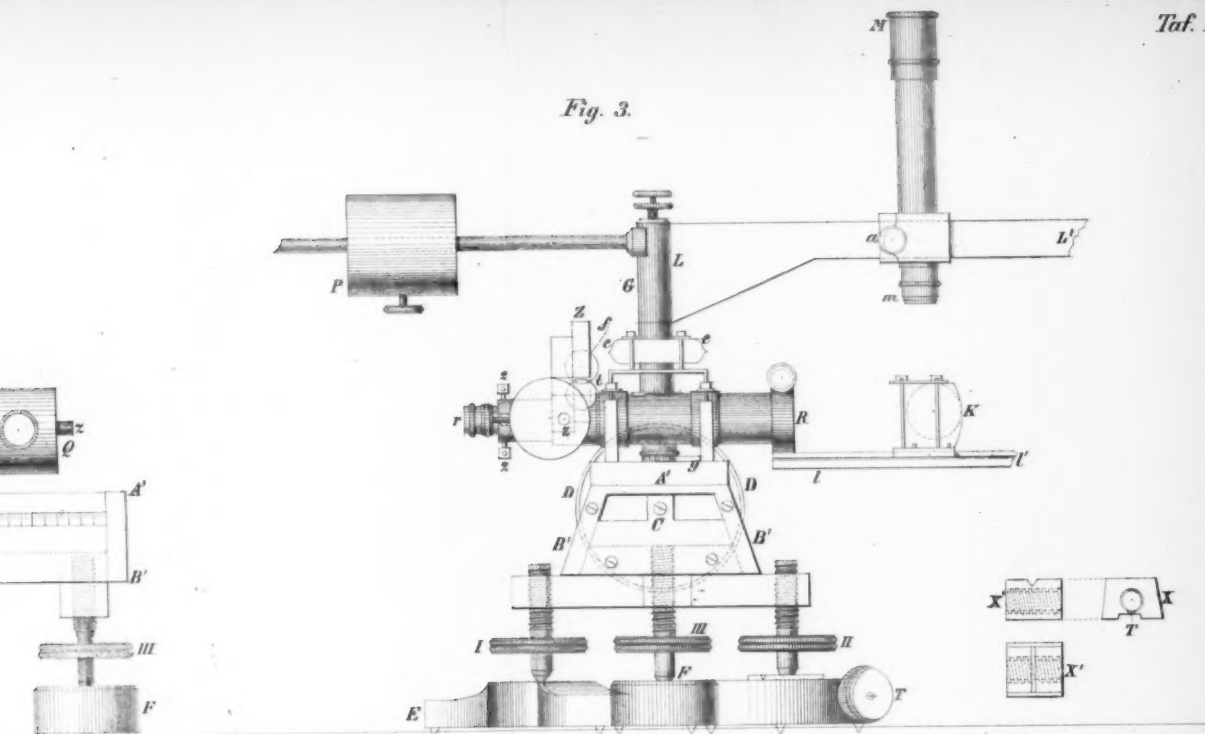


Fig. 2.

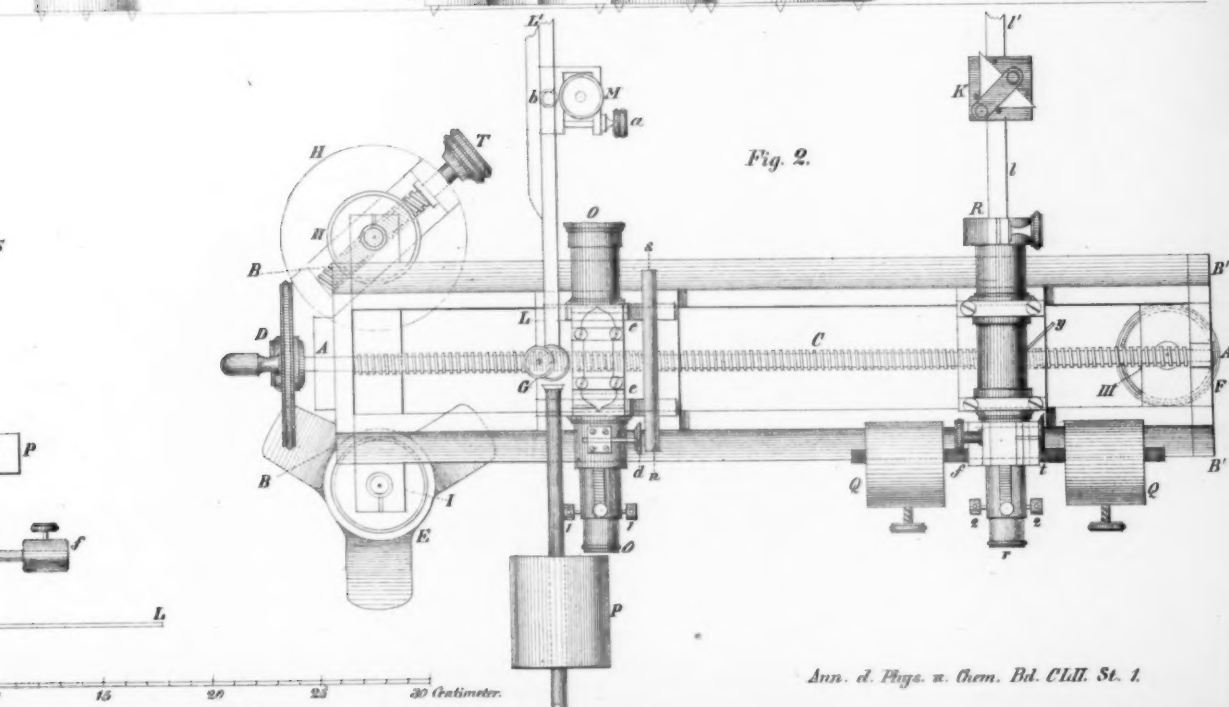


Fig. 1.

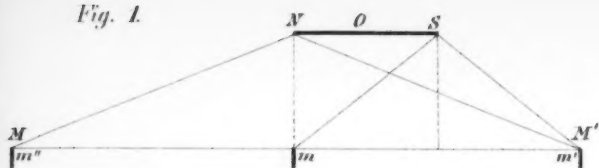


Fig. 3.

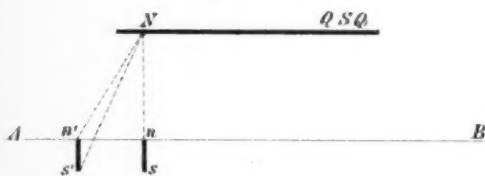


Fig. 2.

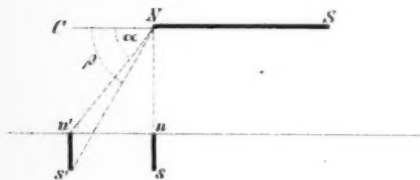


Fig. 5.

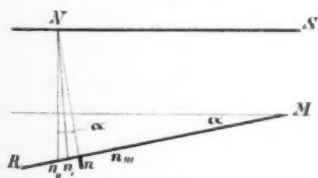


Fig. 10.



Fig. 8.

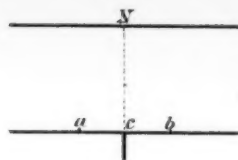


Fig. 6.

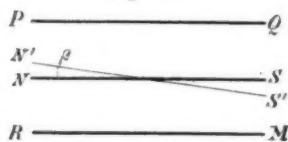


Fig. 4.

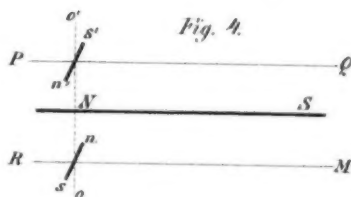


Fig. 7.

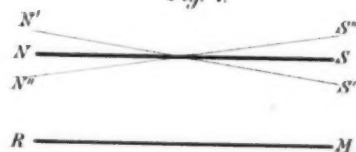


Fig. 9.

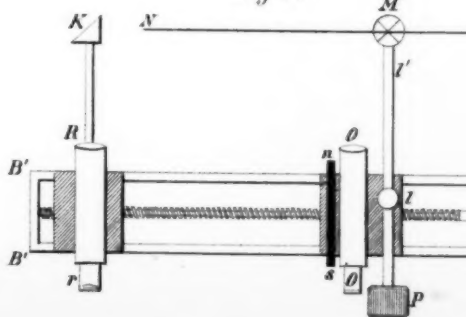


Fig. 11.

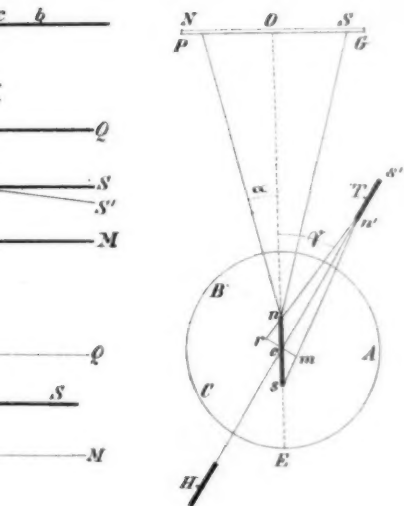


Fig. 12.

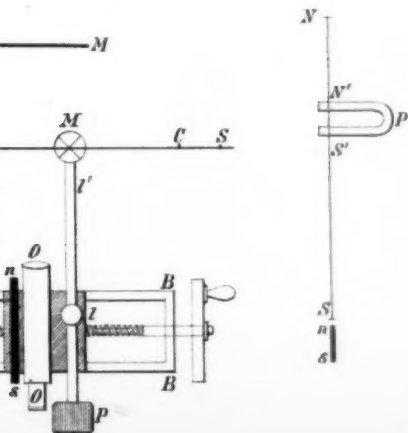
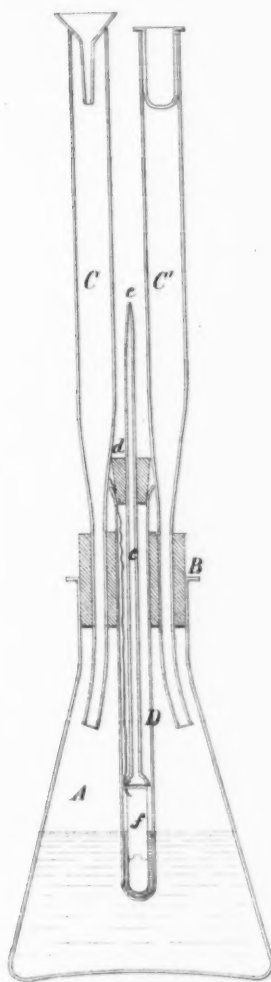


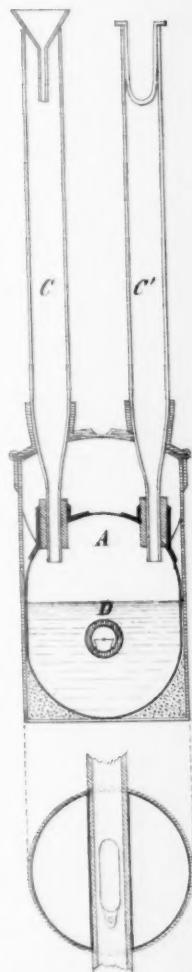
Fig. 13



Glusthermostat.

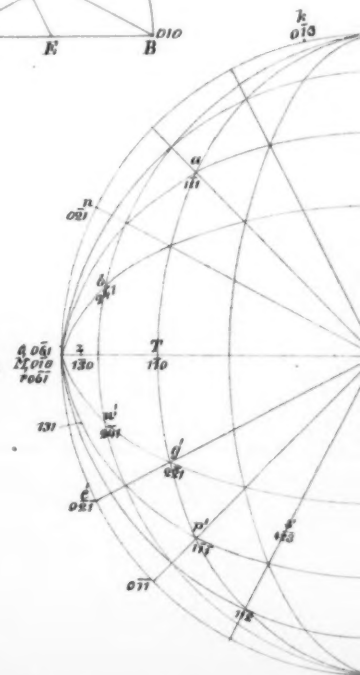
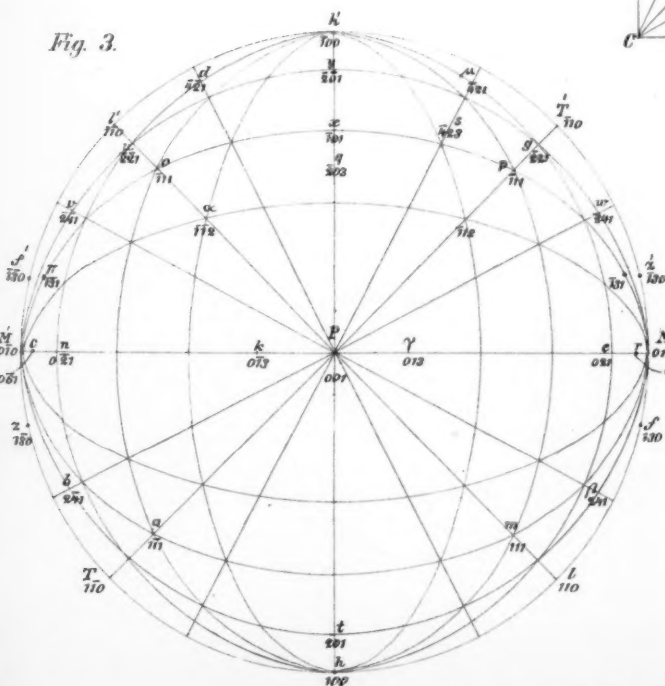
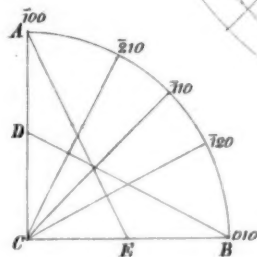
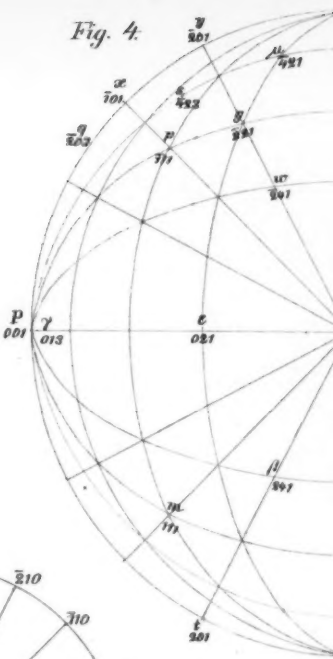
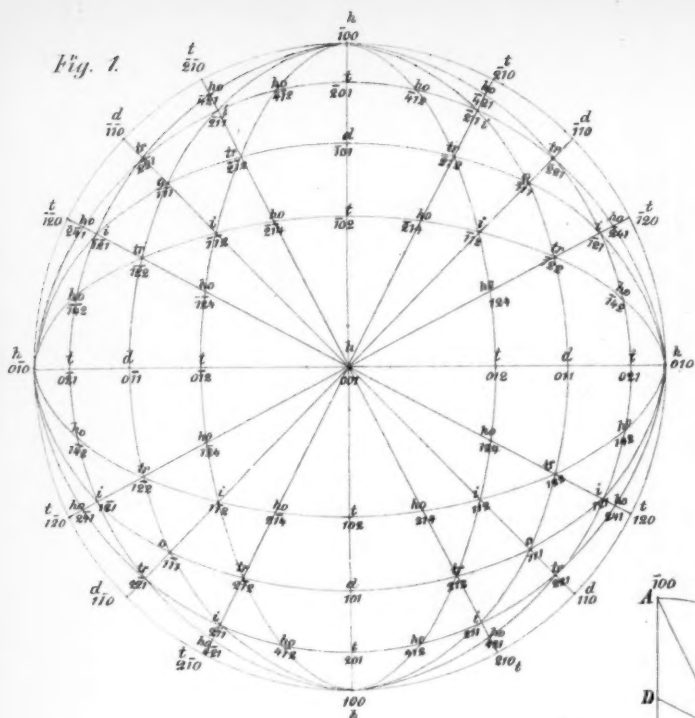
1/2 d.n. br.

Fig. 14.



Platinthermostat.

 $\frac{1}{3}$ d n fir.



Alb. Schütze Lith. Inst. Berlin.

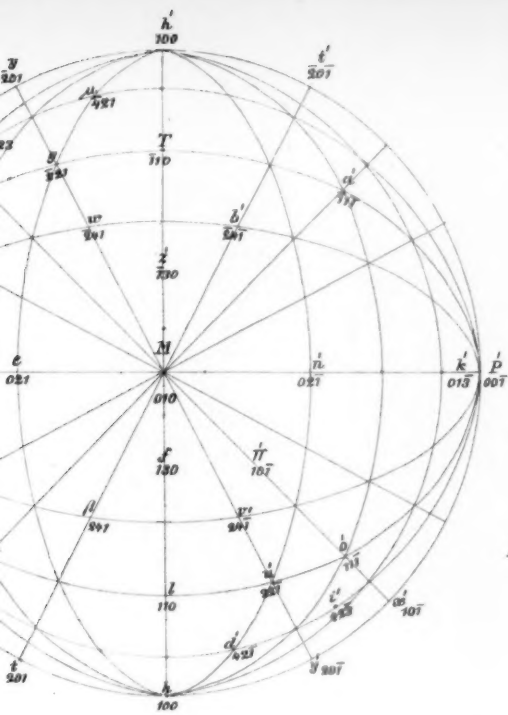


Fig. 7.

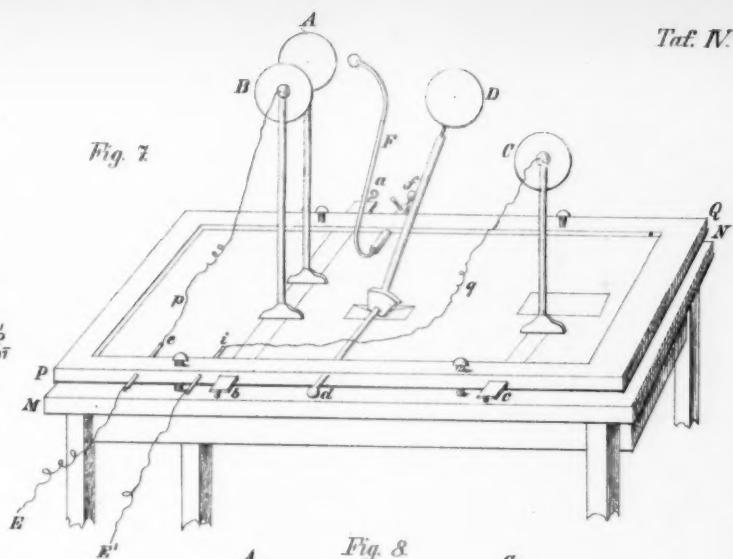


Fig. 8.

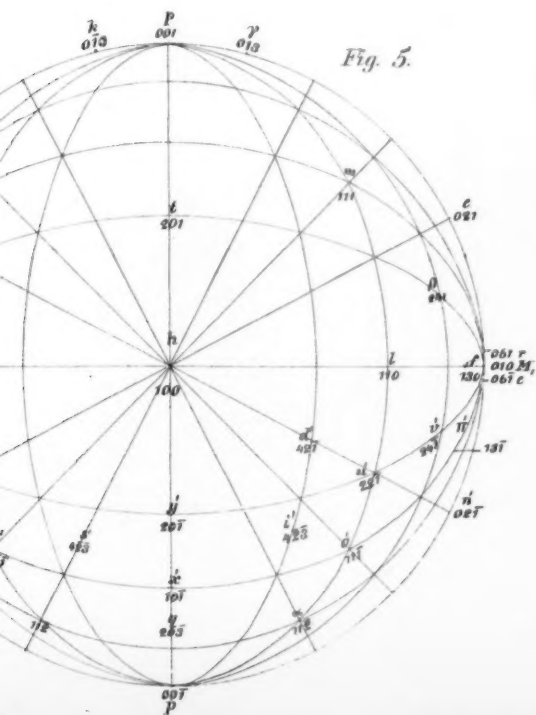
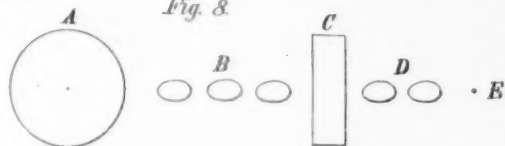
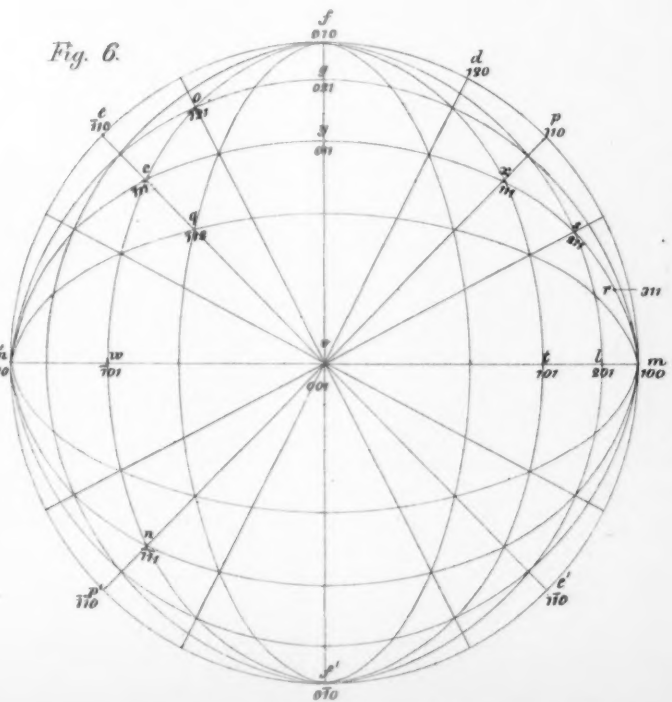
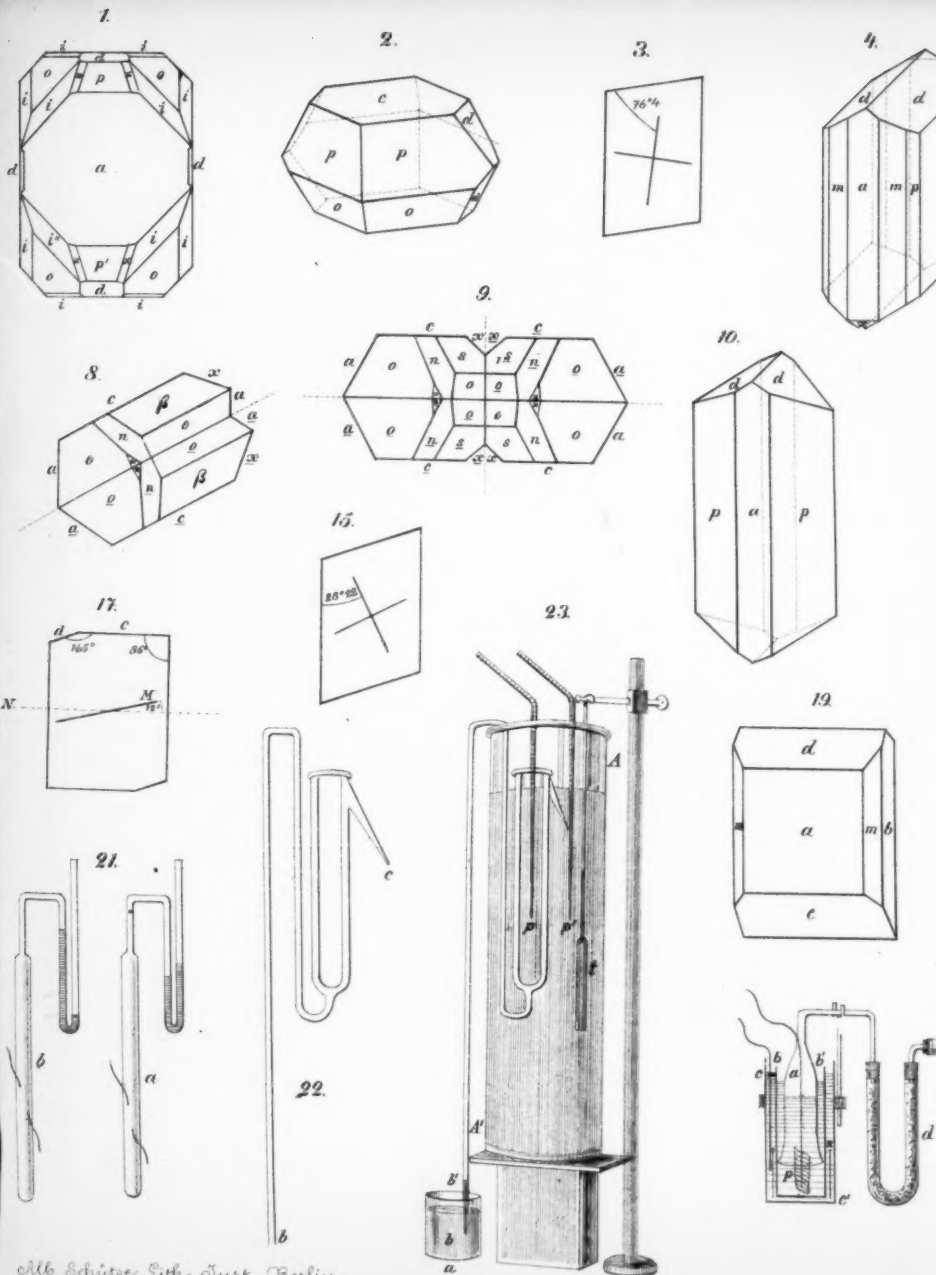
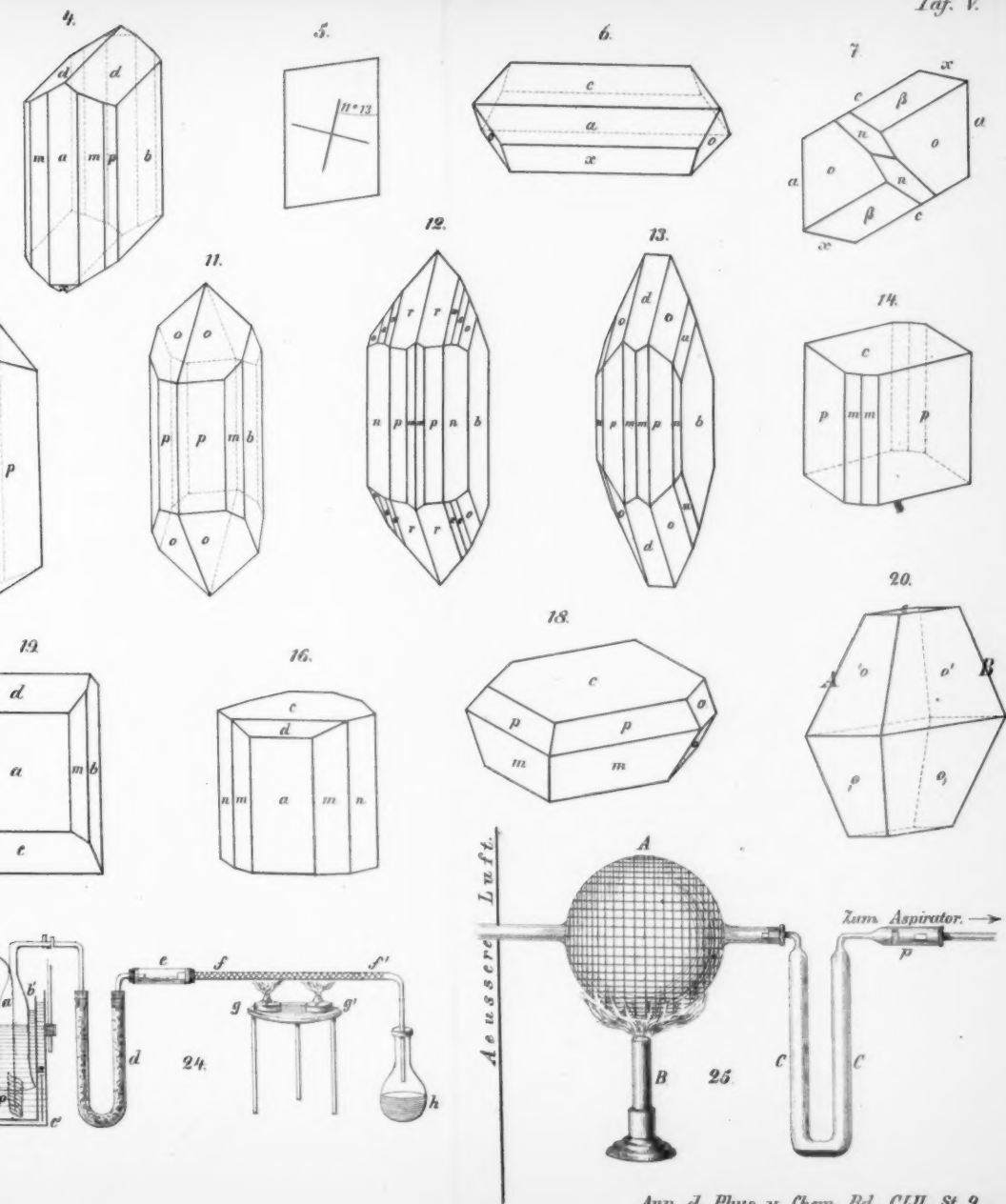


Fig. 5.

Fig. 6.







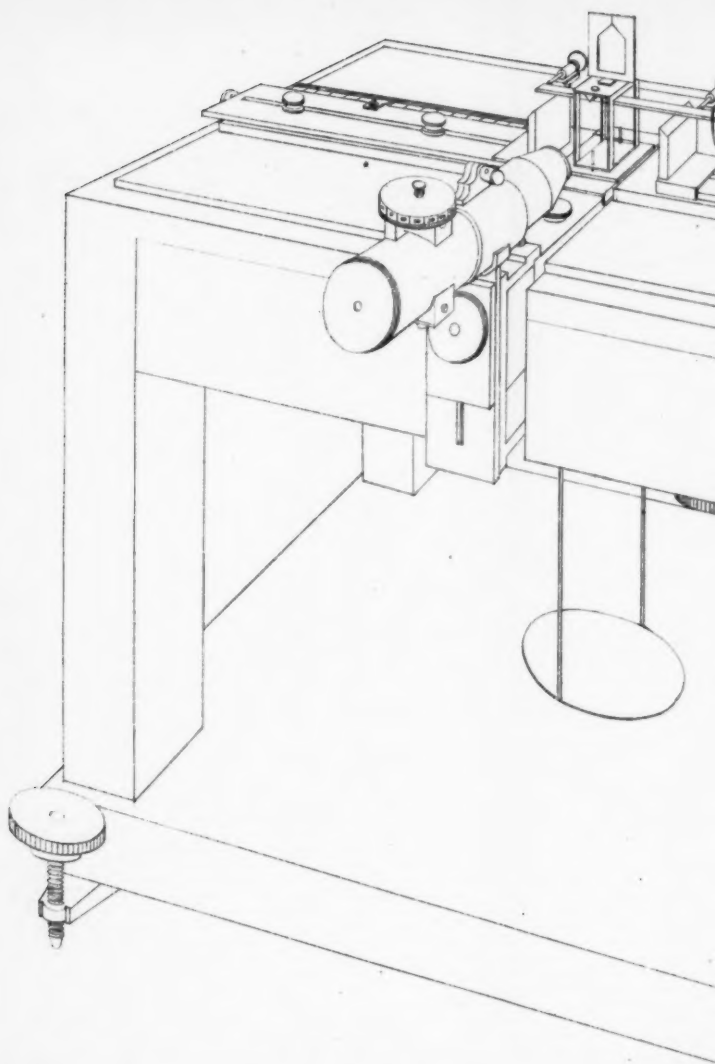


Fig. 1.

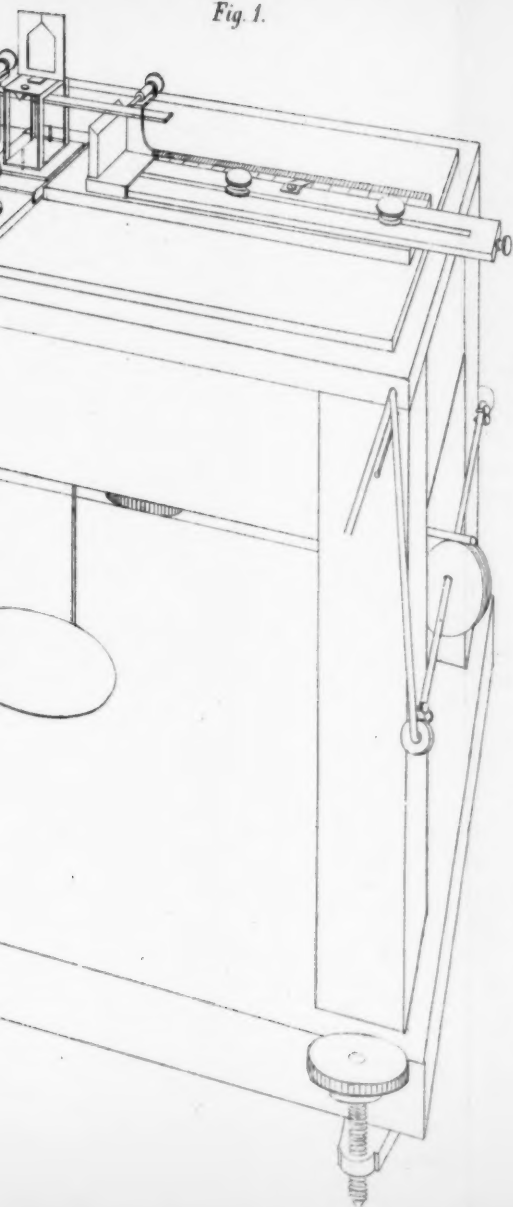
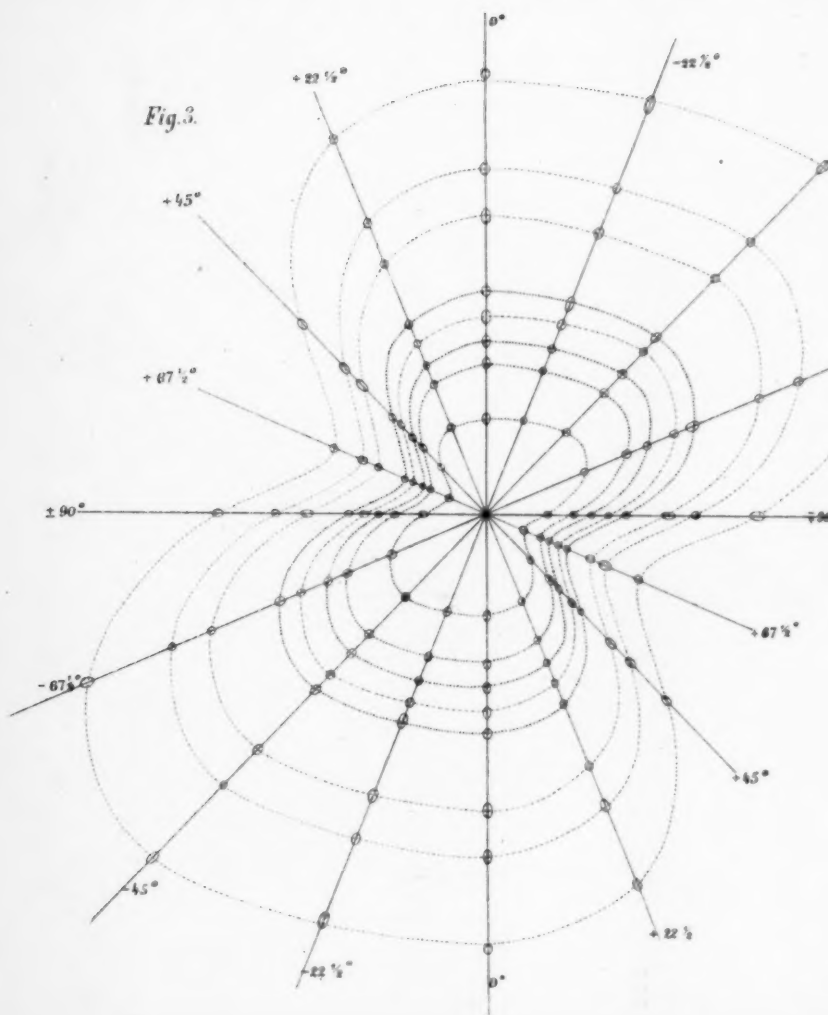


Fig. 2.



Fig. 3.



$12\frac{1}{2}^{\circ}$

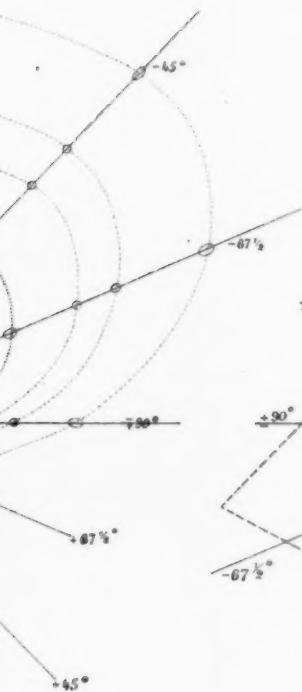


Fig. 4.

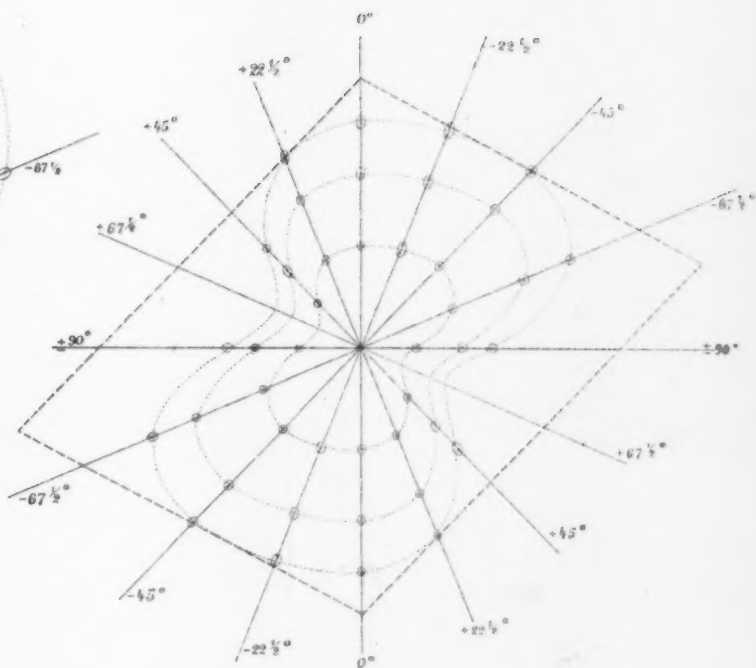


Fig. 2.

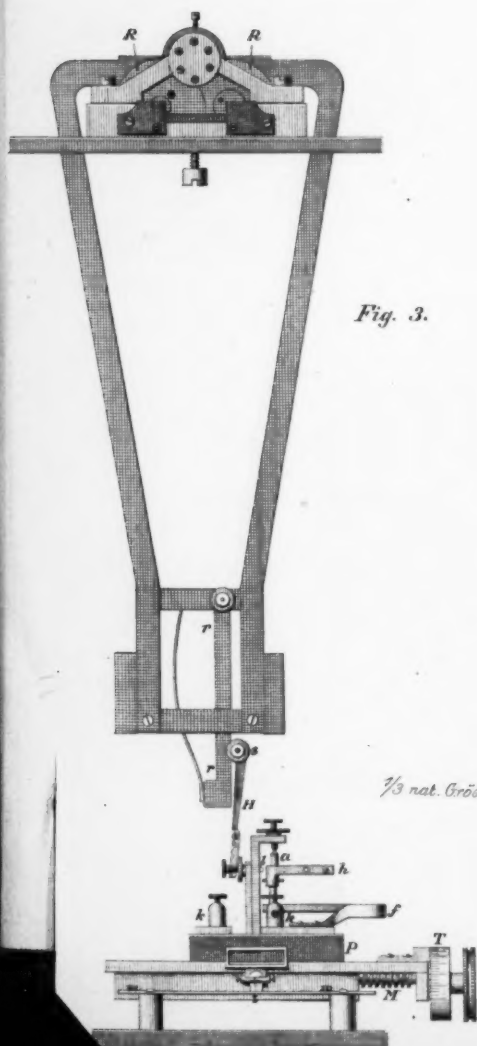
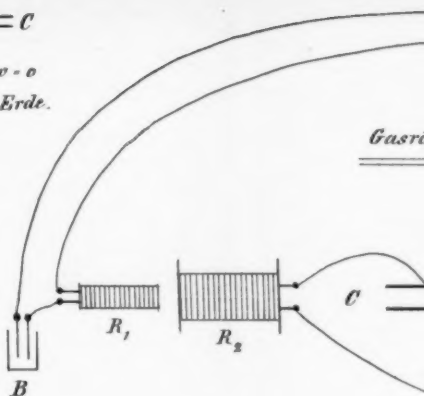
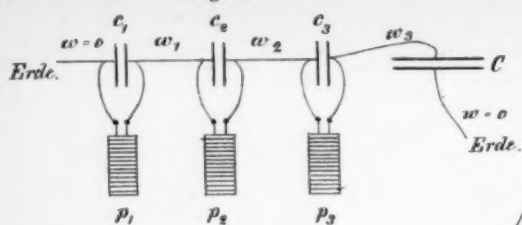
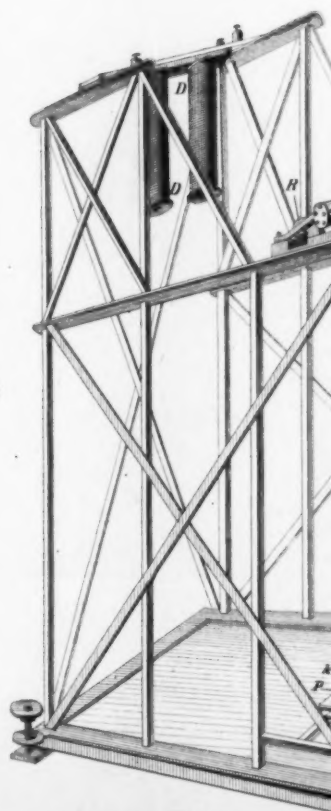


Fig. 3.

Fig. 4.



Ab. Schütz, Lith. Inst. Berlin.

Fig. 1.

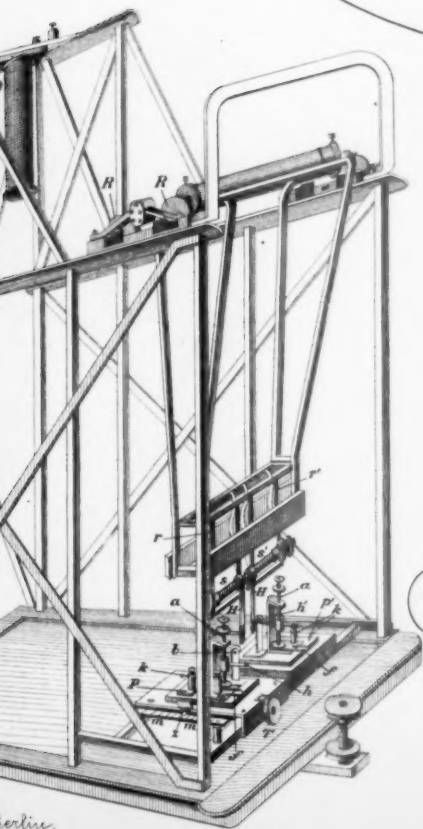
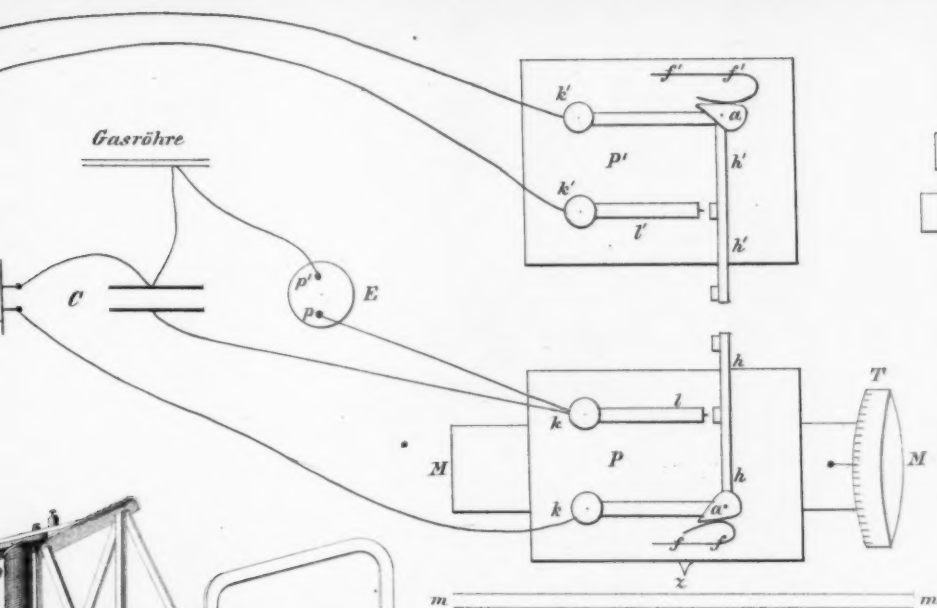


Fig. 5.

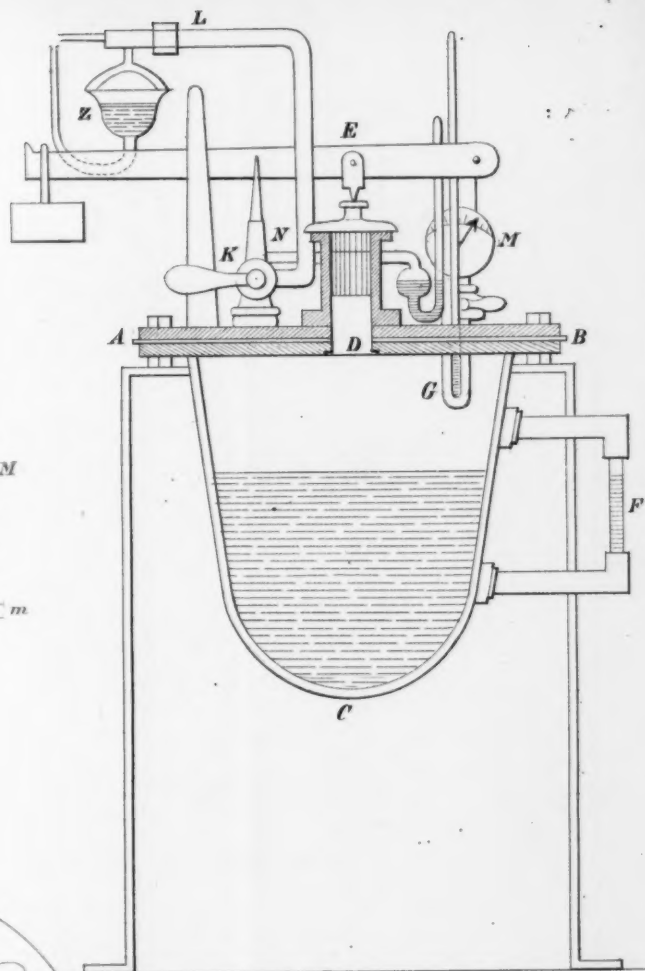


Fig. 6.

